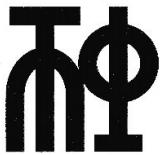


S I  $\beta$



令和 6 年 4 月実施

# 神奈川県高等学校教科研究会数学部会編 数 学 学 力 テ ス ト

(無断転載を禁じます)

## 注意事項

- 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 解答用紙はこの冊子にはさんであります。
- 計算はあいているところを使い、答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。
- [ $\beta$ -共通問題] の配点は各 4 点です。
- 選択問題は [ $\beta-1$ ] から [ $\beta-5$ ] までの 5 群から学校で指示された 2 群を解答しなさい。配点は(1)(2)各 5 点、(3) 10 点です。

## 解答上の注意事項

- 答えに根号が含まれるときは、根号の中は最も小さい自然数にしなさい。
- 答えが分数になるとき、約分できる場合は約分しなさい。

## S I β共通問題

次の間に答えよ。各4点

(1)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{3}}$  の分母を有理化せよ。

(2)  $x^2 + y^2 - 2xy - z^2$  を因数分解せよ。

(3)  $x$  は実数とする。次の命題が真であるような定数  $k$  の値の範囲を求めよ。

$$-2 \leq x \leq 3 \Rightarrow k - 6 \leq x \leq k$$

(4) 命題「 $x, y$  の少なくとも一方は無理数である。」の否定を①～③の中から選べ。

①  $x, y$  の少なくとも一方は有理数である。

②  $x, y$  はともに無理数である。

③  $x, y$  はともに有理数である。

(5)  $x$  軸と 2 点  $(-3, 0), (1, 0)$  で交わり、点  $(2, 5)$  を通る放物線をグラフとする 2 次関数を求めよ。

(6) 2 次不等式  $x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 > 0$  を解け。

(7)  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  のとき、 $2\cos\theta + \sqrt{2} = 0$  を満たす  $\theta$  を求めよ。

(8)  $AB = 5, BC = 2\sqrt{2}, \angle ABC = 60^\circ$  である  $\triangle ABC$  の面積  $S$  を求めよ。

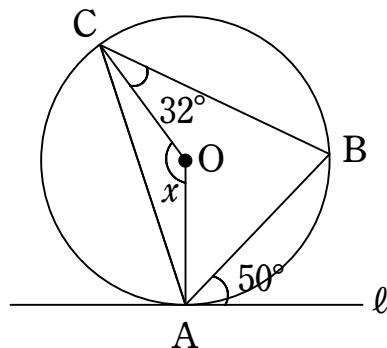
(9) 次のデータは、6人の生徒に計算テストを行なった結果である。このデータの分散を求めよ。

$$2, 2, 3, 5, 9, 9$$

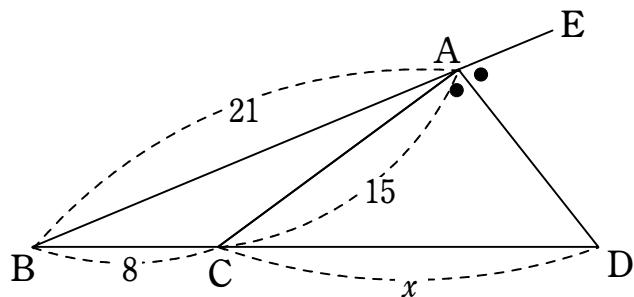
(10) 円周上にA～Iの異なる9点がある。これらの点から3点を選んで三角形を作るとき、三角形は全部で何個できるか。

(11) 2つの袋A, Bがあり、ともに白玉3個と赤玉4個、合計7個が入っている。まず、袋Aから玉を1個取り出して袋Bに入れ、よくかき混ぜた後に、袋Bから玉を1個取り出して袋Aに入れる。このとき、袋Aの赤玉の個数が変わっていない確率を求めよ。

(12) 下図において、直線 $\ell$ は点Aにおける円Oの接線である。 $\angle x$ の大きさを求めよ。



(13) 下図において、 $x$ の値を求めよ。ただし、 $\angle CAD = \angle DAE$ とする。



(14)  $14_{(10)}$ を2進法で表せ。

(15) 次の数の組の最大公約数と最小公倍数を求めよ。

$$66, 110, 2024$$

S I β選択問題 [  $\beta - 1$  ] から [  $\beta - 5$  ] までの 5 群から 2 群を選択すること。

[  $\beta - 1$  ] 場合の数 (1) (2) 各 5 点, (3) 10 点

- (1) 赤玉 5 個と白玉 3 個の入った袋から, 2 個の玉を同時に取り出すとき, 2 個が同じ色である確率を求めよ。
- (2) 大人 3 人, 子ども 3 人が円形のテーブルの周りに並ぶとき, 大人 3 人が隣り合う並び方は何通りあるか。
- (3) 5 人の生徒が A, B, C の 3 つの部屋に, 空室をつくらずに入る方法は何通りあるか。  
(途中経過も記述せよ)

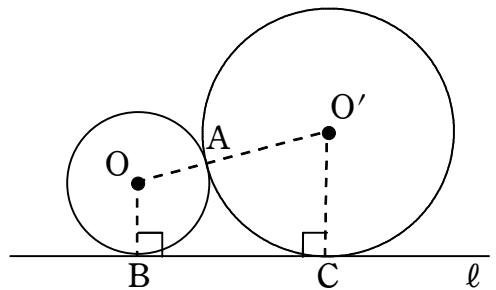
[  $\beta - 2$  ] 数学と人間の活動 (1) (2) 各 5 点, (3) 10 点

- (1) 一の位と百の位がわからない 5 桁の自然数  $76\square8\square$  が, 9 の倍数となる最大のものを求めよ。
- (2) 等式  $xy - 2x + 3y - 1 = 0$  を満たす整数  $(x, y)$  の組をすべて求めよ。
- (3) 方程式  $13x + 8y = 7$  の整数解をすべて求めよ。 (途中経過も記述せよ)

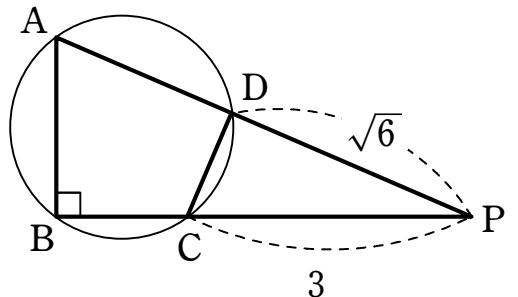
[ β-3 ] 平面図形 (1)(2) 各5点, (3) 10点

(1)  $\triangle ABC$  の辺  $AB$ ,  $AC$  上にそれぞれ点  $R$ ,  $Q$  があり,  $AR : RB = 3 : 1$ ,  $AQ : QC = 5 : 2$  である。線分  $BQ$  と  $CR$  の交点を  $O$ , 直線  $AO$  と辺  $BC$  の交点を  $P$  とするとき,  $BP : PC$  の比を求めよ。

(2) 右図のように, 2つの円  $O$ ,  $O'$  が点  $A$  で外接し, さらに2つの円がその共通接線  $\ell$  とそれぞれ点  $B$ ,  $C$  で接している。円  $O$  の半径が 4,  $BC = 10$  であるとき, 円  $O'$  の半径を求めよ。



(3) 右図のように点  $P$  から2直線が  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  で円と交わり,  $CP = 3$ ,  $DP = \sqrt{6}$ ,  $\angle ABP = 90^\circ$ ,  $\widehat{AD} = 2\widehat{CD}$  である。このとき,  $BC$  の長さを求めよ。  
(途中経過も記述せよ)



[ β-4 ] 2次関数 (1)(2) 各5点, (3) 10点

- (1) 2次関数  $y = -x^2 - 6x - 8$  のグラフの頂点の座標を求めよ。
- (2) 放物線  $y = 2x^2 + 4x$  を  $x$  軸方向に  $-2$ ,  $y$  軸方向に  $5$  だけ平行移動した放物線の方程式を求めよ。解答は  $y = ax^2 + bx + c$  の形で書くこと。
- (3) 関数  $y = 2x^2 - 2ax - a + 1$  ( $0 \leq x \leq 2$ ) の最大値と, そのときの  $x$  の値を求めよ。  
(途中経過も記述せよ)

[ β-5 ] 図形と計量 (1)(2) 各5点, (3) 10点

- (1)  $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。  $\sin \theta = \frac{2}{5}$  のとき,  $\cos \theta$ ,  $\tan \theta$  の値を求めよ。
- (2)  $\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{6}$  のとき,  $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta}$  の値を求めよ。
- (3)  $a = \sqrt{6}$ ,  $b = \sqrt{3} - 1$ ,  $B = 15^\circ$ ,  $C = 45^\circ$  である  $\triangle ABC$  を利用して,  $\cos 15^\circ$  の値を求めよ。 (途中経過も記述せよ)