

令和7年4月実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編
数 学 学 力 テ ス ト
(無断転載を禁じます)

注意事項

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はこの冊子にはさんであります。
3. 計算はあいているところを使い、答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。
4. 問題には選択問題と、全員必答の共通問題があります。
5. 選択問題については、 $[\beta-1]$ から $[\beta-6]$ までの6群から、学校で指示された2群を解答しなさい。

解答上の注意事項

答えに根号が含まれるときは、根号の中は最も小さい自然数にしなさい。
答えが分数になるとき、約分できる場合は約分しなさい。

[共通問題] 各 4 点 × 15 題 計 60 点

(1) $x^6 - 64$ を因数分解せよ。

(2) 連比 $a : b : c = 1 : 2 : 3$, $3a + 2b + c = 20$ のとき, a の値を求めよ。

(3) $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^6$ の定数項を求めよ。

(4) a, b は実数とする。3 次方程式 $x^3 + ax + b = 0$ の解の一つが $x = 1 - 2i$ とするとき, 他の解を求めよ。

(5) 整式 $P(x)$ を $x - 2$ で割った余りが 5, $x + 3$ で割った余りが 10 である。
 $P(x)$ を $(x - 2)(x + 3)$ で割った余りを求めよ。

(6) 3 次方程式 $x^3 - 6x^2 + 21x - 26 = 0$ を解け。

(7) 直線 $x + 2y - 10 = 0$ に関して点 A (1, 2) と対称な点 B の座標を求めよ。

- (8) 直線 $y=2x+k$ が円 $x^2+y^2=1$ と共有点を持つような定数 k の値の範囲を求めよ。
- (9) 平面上の2点 $A(0, 8)$, $B(0, 2)$ に対して, $AP:BP=2:1$ を満たす点 P の軌跡を求めよ。
- (10) $\sqrt{3}\cos\theta + \sin\theta$ を $r\cos(\theta+\alpha)$ ($r>0, 0\leq\alpha<2\pi$) の形で表せ。
- (11) $\sin\theta + \cos\theta = \frac{1}{2}$ のとき, $\sin^3\theta + \cos^3\theta$ の値を求めよ。
- (12) $\sqrt[3]{a^3b^4} \times \sqrt{ab^3} \div \sqrt{a\sqrt[3]{b^5}}$ を計算せよ。ただし $a \neq 0, b \neq 0$ とする。
- (13) $4^{-\log_2 3} \times 5^{3\log_5 3}$ を計算せよ。
- (14) 放物線 $y=x^2-5x$ に対して, 点 $(2, -7)$ から引いた接線の方程式を求めよ。
- (15) 定積分 $\int_{-1}^0 (x^2+1)(x+3)dx + \int_0^1 (x^2+1)(x+3)dx$ を求めよ。

SⅡ β 選択問題 $[\beta-1]$ から $[\beta-6]$ の中から 2 群を解答すること。各群 20 点

$[\beta-1]$ Ⅱ 三角関数 (1), (2) 各 5 点, (3)(ア) 3 点, (イ) 7 点

(1) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, 方程式 $\sin\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ を解け。

(2) 2 直線 $y = -2x$, $y = mx$ のなす角が $\frac{\pi}{4}$ となるような正の定数 m を求めよ。

(3) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, $y = \frac{1}{2} \sin 2\theta + \sin \theta + \cos \theta + 3$ について, 次の問いに答えよ。

(ア) $t = \sin \theta + \cos \theta$ とおくととき, y を t の式で表せ。

(イ) y の最大値と最小値を求めよ。

$[\beta-2]$ Ⅱ 指数関数・対数関数 (1), (2) 各 5 点, (3)(ア) 3 点, (イ) 7 点

(1) $3^x - 3^{-x} = 8$ のとき, $3^x + 3^{-x}$ の値を求めよ。

(2) x の方程式 $\log_4(x^2 + 1) - \log_2 x = 1$ を解け。

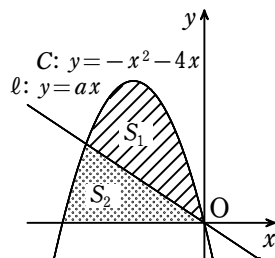
(3) 関数 $y = (\log_3 x)^2 - 4 \log_9 x^2 - 1$ ($1 \leq x \leq 27$) について, 次の問いに答えよ。

(ア) $t = \log_3 x$ とおくととき, y を t の式で表せ。

(イ) y の最大値と最小値を求めよ。

[β-3 II 微分・積分の考え] (1), (2) 各 5 点, (3)(ア) 3 点, (イ) 7 点

- (1) 関数 $y=(2x+1)^3$ を微分せよ。
- (2) 関数 $f(x)$ が $f(x)=3x^2+\int_0^2 f(t)dt$ を満たすとき, $f(x)$ を求めよ。
- (3) 曲線 C を $y=-x^2-4x$, 直線 l を $y=ax$ として,
 C と l で囲まれた図形の面積を S_1 , l と x 軸と C で囲まれた
 図形の面積を S_2 とする。ただし, $-4 < a < 0$ とする。
- (ア) S_1 を, a を用いて表せ。
- (イ) $S_1=S_2$ のときの a の値を求めよ。



[β-4 B 数列] (1), (2) 各 5 点, (3)(ア) 3 点, (イ) 7 点

- (1) 第 4 項が 14, 第 10 項が 62 である等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (2) 次の数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
 4, 6, 12, 30, 84, ……
- (3) 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1=1, a_{n+1}=\frac{a_n}{a_n+3} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

- (ア) $\frac{1}{a_n}=b_n$ とおくとき, b_{n+1} を b_n を用いて表せ。
- (イ) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

[$\beta-5$ B 統計的な推測] (1), (2) 各 5 点, (3)(ア) 3 点, (イ) 7 点

※ $\beta-5$ の問題については, 必要であれば[表1]の正規分布表を用いること。

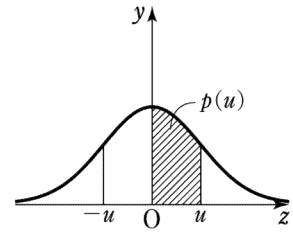
- (1) 確率変数 X が二項分布 $B\left(1800, \frac{1}{3}\right)$ に従うとする. X の平均と標準偏差を求めよ。
- (2) 100円硬貨 3 枚, 10円硬貨を 4 枚同時に投げ, 表が出た硬貨がもらえるゲームをする。もらえる金額の平均と分散を求めよ。
- (3)(ア) 標本の大きさ n が十分に大きいとき, 母比率 p に対する信頼度 95% の信頼区間を, 標本比率を p_0 として表せ。
(イ) ある新製品から 9600 個を無作為抽出して調べたところ, 2% が不良品であった。この新製品の不良品率を信頼度 95% で推定せよ。ただし, $\sqrt{6} \doteq 2.45$ と近似してよい。

[$\beta-6$ C ベクトル] (1), (2) 各 5 点, (3)(ア) 3 点, (イ) 7 点

- (1) 2 直線 $3x - y - 6 = 0, x - 2y + 4 = 0$ のなす角 α を求めよ。
- (2) $\triangle OAB$ において, OA を 2 : 1, OB を 2 : 3, AB を 1 : 1 に内分する点をそれぞれ L, M, N とする。 LM と ON の交点 P とするとき, \overrightarrow{OP} を $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ を用いて表せ。
- (3) $\vec{a} = (1, 2, 6), \vec{b} = (-1, 1, 0), \vec{p} = (x, y, z)$ とする。
(ア) $\vec{a} \perp \vec{p}$ のときに満たす x, y, z の条件式を書け。
(イ) $\vec{a} \perp \vec{p}, \vec{b} \perp \vec{p}, |\vec{p}| = 3$ を満たす \vec{p} を求めよ。

[表1]

正規分布表



u	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.49534	0.49547	0.49560	0.49573	0.49585	0.49598	0.49609	0.49621	0.49632	0.49643
2.7	0.49653	0.49664	0.49674	0.49683	0.49693	0.49702	0.49711	0.49720	0.49728	0.49736
2.8	0.49744	0.49752	0.49760	0.49767	0.49774	0.49781	0.49788	0.49795	0.49801	0.49807
2.9	0.49813	0.49819	0.49825	0.49831	0.49836	0.49841	0.49846	0.49851	0.49856	0.49861
3.0	0.49865	0.49869	0.49874	0.49878	0.49882	0.49886	0.49889	0.49893	0.49897	0.49900