SⅢ学力テスト解答用紙（Ⅰ・Ⅱ型）

（平成16年11月19日実施）

□ 型

選択問題は学校で指定された問題を解答すること。　ⅠまたはⅡのどちらかを記入すること。

型	必修問題番号	選択問題番号
Ⅰ	【1】 60点 【2】 20点 （合計80点）	【3】20点 【7】20点 【8】【9】 各10点 （20点選択）
Ⅱ	【2】【3】【4】【5】 各20点（合計80点）	【7】20点 【8】～【12】 各10点 （20点選択）

第　学年　組　番	得点	/100
氏名		

【1】	(1) $a=$　　，$b=$	(2)	
	(3)	(4) DC ＝	
	(5)	(6) AD ＝	
	(7) $\{\qquad\}$	(8)　　通り	
	(9)　　通り	(10)	
各5点	(11)	(12)　　個	/60点
【2】	(1)	(2) $R=$	
各5点	(3)　　通り	(4)	/20点
【3】	(1)	(2)　　個	
各5点	(3)	(4) $l=$	/20点
【4】	(1)	(2) $\theta=$	
各5点	(3)	(4)	/20点

【5】	(1)	5点	(2) $a=$　　，$b=$	5点	
	(3)(i)			6点	
	(3)(ii)			4点	/20点

【7】	(1)	(2)	
各5点	(3) 第　　項	(4) $a_5=$	/20点
【8】 各5点	(i)	(ii)	/10点
【9】 各5点	(i) AB ＝	(ii) ∠BCD ＝	/10点
【10】 各5点	(1)	(2) OE：EF ＝	/10点
【11】 各5点	(1)	(2)	/10点
【12】 各5点	(i)	(ii)　　個	/10点

SⅢ学力テスト解答用紙（Ⅲ型）

（平成16年11月19日実施）

選択問題は学校で指定された問題を解答すること。

型	必修問題番号	選択問題番号
Ⅲ	【2】20点 【5】20点 【6】40点 （合計80点）	【8】～【14】各10点 （20点選択）

第　学年　組　番	得点	/100
氏名		

【2】各5点	(1)	(2) $R=$	(3) 通り	(4)	/20点

【5】	(1) 5点	(2) $a=$　，$b=$ 5点		/20点
	(3)(i) 6点	(3)(ii) 4点		

【6】	(1) $(g\circ f^{-1})(x)=$ 5点	(2) 5点	
	(3) 5点	(4) 5点	
	(5) $y'=$ 5点	(6) 5点	
	(7)(i) 4点		
	(7)(ii) 6点		/40点

【8】各5点	(i)	(ii)	/10点
【9】各5点	(i) AB＝	(ii) ∠BCD＝	/10点
【10】各5点	(1)	(2) OE：EF＝	/10点
【11】各5点	(1)	(2)	/10点
【12】各5点	(i)	(ii) 個	/10点
【13】各5点	(1)	(2)	/10点
【14】各5点	(1)	(2)	/10点

SⅢ学力テスト正答表（Ⅰ・Ⅱ型）

（平成16年11月19日実施）

選択問題は学校で指定された問題を解答すること。　□型 ← ⅠまたはⅡのどちらかを記入すること。

型	必修問題番号	選択問題番号
Ⅰ	【1】 60点 【2】 20点 （合計80点）	【3】 20点 【7】 20点 【8】【9】 各10点 （20点選択）
Ⅱ	【2】【3】【4】【5】 各20点（合計80点）	【7】 20点 【8】～【12】 各10点 （20点選択）

第　学年　組　番	得点	/100
氏名		

問題	番号	正答	番号	正答	配点
【1】	(1)	$a=-2,\ b=1$	(2)	$y=2x^2-6x+5$	
	(3)	$-\frac{1}{2}<x<2$	(4)	$\mathrm{DC}=5$	
	(5)	$\frac{8}{3}$	(6)	$\mathrm{AD}=\frac{4\sqrt{2}}{3}$	
	(7)	$\{3,\ 7\}$	(8)	120 通り	
	(9)	48 通り	(10)	$\frac{5}{12}$	
各5点	(11)	$\frac{3}{5}$	(12)	$\frac{1}{2}$ 個	/60点
【2】	(1)	$k<0,\ 4<k$	(2)	$R=\frac{7\sqrt{3}}{3}$	
各5点	(3)	14 通り	(4)	$\frac{9}{13}$	/20点
【3】	(1)	$m>-1$	(2)	76 個	
各5点	(3)	$\frac{5}{8}$	(4)	$l=3\sqrt{7}$	/20点
【4】	(1)	$-1<k<9$	(2)	$\theta=30^\circ,\ 150^\circ$	
各5点	(3)	$-1<x<2$	(4)	$\frac{29}{6}$	/20点

【5】

(1) $\frac{3a+b}{a+b}$　5点

(2) $a=-6,\ b=9$　5点

(3)(i) 点 $\mathrm{A'}$ の座標を $(a,\ b)$ とする。$\mathrm{AA'}\perp l$ であることにより

$$\frac{b-5}{a-3}\times(-2)=-1 \text{ すなわち } -a+2b=7 \cdots ①\quad 2$$

一方，$\mathrm{AA'}$ の中点 $\left(\frac{a+3}{2},\ \frac{b+5}{2}\right)$ が l 上にあることにより

$$2\times\frac{a+3}{2}+\frac{b+5}{2}-1=0 \text{ すなわち } 2a+b=-9 \cdots ②\quad 4$$

①，②を解くと $a=-5,\ b=1$

ゆえに，点 $\mathrm{A'}$ の座標は $(-5,\ 1)$　⑥

6点

(3)(ii) $\sqrt{97}$　4点

/20点

問題	番号	正答	番号	正答	配点
【7】	(1)	$(x-y)(x+y)^3$	(2)	6	
各5点	(3)	第 9 項	(4)	$a_5=7$	/20点
【8】 各5点	(i)	$\frac{1-(-2)^n}{3}$	(ii)	$\frac{1}{3}n+\frac{2}{9}\{1-(-2)^n\}$	/10点
【9】 各5点	(i)	$\mathrm{AB}=12$	(ii)	$\angle\mathrm{BCD}=180^\circ-2\theta$	/10点
【10】 各5点	(1)	120°	(2)	$\mathrm{OE}:\mathrm{EF}=5:1$	/10点
【11】 各5点	(1)	-2	(2)	$4\sqrt{3}+5i$	/10点
【12】 各5点	(i)	$\frac{11}{75}$	(ii)	$\frac{13}{15}$ 個	/10点

SⅢ学力テスト正答表（Ⅲ型）

（平成16年11月19日実施）

選択問題は学校で指定された問題を解答すること。

型	必修問題番号	選択問題番号
Ⅲ	【2】20点 【5】20点 【6】40点 （合計80点）	【8】～【14】各10点 （20点選択）

第　学年　組　番	得点	/100
氏名		

【2】各5点	(1) $k<0,\ 4<k$	(2) $R=\dfrac{7\sqrt{3}}{3}$	(3) 14　通り	(4) $\dfrac{9}{13}$	/20点

【5】

(1) $\dfrac{3a+b}{a+b}$	5点	(2) $a=-6,\ b=9$	5点

(3)(i) 点 A′ の座標を $(a,\ b)$ とする。AA′⊥l であることにより

$\dfrac{b-5}{a-3}\times(-2)=-1$ すなわち $-a+2b=7$ …① △2

一方，AA′ の中点 $\left(\dfrac{a+3}{2},\ \dfrac{b+5}{2}\right)$ が l 上にあることにより

$2\times\dfrac{a+3}{2}+\dfrac{b+5}{2}-1=0$ すなわち $2a+b=-9$ …② △4

①，②を解くと $a=-5,\ b=1$

ゆえに，点 A′ の座標は $(-5,\ 1)$ ⑥

6点

(3)(ii) $\sqrt{97}$	4点	/20点

【6】

(1) $(g\circ f^{-1})(x)=\dfrac{x-3}{x+5}$	5点	(2) $x\leqq-4,\ -3<x\leqq1$	5点
(3) $\dfrac{8}{3}$	5点	(4) $\dfrac{1}{2}$	5点
(5) $y'=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+5}}$	5点	(6) 1	5点

【6】(7)(i)

$$y=e^{a+1}x-ae^{a+1}$$

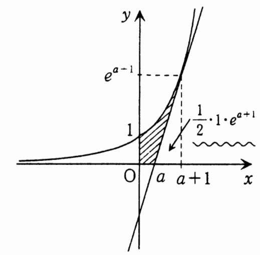
4点

(7)(ii) 求める面積を S とすると

$S=\displaystyle\int_0^{a+1}e^x dx-\underbrace{\int_a^{a+1}\left(e^{a+1}x-ae^{a+1}\right)dx}$ △2

$=\left[e^x\right]_0^{a+1}-\underbrace{\dfrac{1}{2}\cdot1\cdot e^{a+1}}$

この計算は、下図の三角形の面積 〰〰 をひいたものと考えるとよい。



$=e^{a+1}-1-\dfrac{1}{2}e^{a+1}$

$=\dfrac{1}{2}e^{a+1}-1$ △4

$S=1$ より $\dfrac{1}{2}e^{a+1}-1=1$

$e^{a+1}=4$

$a+1=\log 4$　　よって，$a=2\log 2-1$ ⑥

6点　/40点

【8】各5点	(i) $a_n=\dfrac{1-(-2)^n}{3}$	(ii) $\dfrac{n}{3}+\dfrac{2}{9}\{1-(-2)^n\}$	/10点
【9】各5点	(i) AB $=12$	(ii) ∠BCD $=180^\circ-2\theta$	/10点
【10】各5点	(1) 120°	(2) OE : EF ＝ 5 : 1	/10点
【11】各5点	(1) -2	(2) $4\sqrt{3}+5i$	/10点
【12】各5点	(i) $\dfrac{11}{75}$	(ii) $\dfrac{13}{15}$　個	/10点
【13】各5点	(1) $\begin{pmatrix}10 & 6\\ -4 & 6\end{pmatrix}$	(2) $a<-\dfrac{1}{6}$	/10点
【14】各5点	(1) $\dfrac{(x-2)^2}{9}+\dfrac{(y+3)^2}{4}=1$	(2) $y^2=8x$	/10点

平成16年度　秋季県下一斉学力テスト $\boxed{\text{S Ⅲ}}$ 解答 No. 1

$\boxed{\text{数学Ⅰ（Ⅰ型の必修問題）}}$

【1】

(1) $y=\left(x+\dfrac{a}{2}\right)^2+2-\dfrac{a^2}{4}$ より

$-\dfrac{a}{2}=1,\quad 2-\dfrac{a^2}{4}=b$

よって $\underline{\underline{a=-2,\ b=1}}$

【別解】 $y=(x-1)^2+b$

$=x^2-2x+1+b$

よって $\underline{\underline{a=-2,\ b=1}}$

(2) $y=ax^2+bx+c$ とおくと

点 (0, 5), (2, 1), (3, 5) を通るので

$$\begin{cases} c=5 & \cdots① \\ 4a+2b+c=1 & \cdots② \\ 9a+3b+c=5 & \cdots③ \end{cases}$$

①を②，③へ代入し整理

$4a+2b=-4$

$2a+b=-2\quad\cdots④$

$9a+3b=0$

$3a+b=0\quad\cdots⑤$

⑤－④

$a=2$

④へ代入

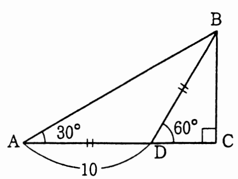
$b=-6$

よって $\underline{\underline{y=2x^2-6x+5}}$

(3) $(x-2)(2x+1)<0$ より

$\underline{\underline{-\dfrac{1}{2}<x<2}}$

(4)



$\angle\mathrm{DAB}=\angle\mathrm{DBA}=30^\circ$ より

$\mathrm{AD}=\mathrm{BD}=10$

$\mathrm{DC}=10\cos 60^\circ=\underline{\underline{5}}$

(5)

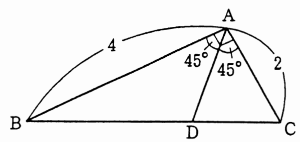
$\sin 150^\circ=\dfrac{1}{2}$ より

与式 $=\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{2}}+\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{2}}$

$=1\div\dfrac{3}{2}+1\div\dfrac{1}{2}$

$=\dfrac{2}{3}+2=\underline{\underline{\dfrac{8}{3}}}$

(6)



三角形の面積で

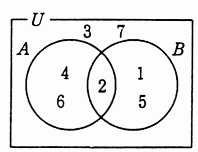
$\triangle\mathrm{ABD}+\triangle\mathrm{ACD}=\triangle\mathrm{ABC}$ より

$\dfrac{1}{2}\times 4\times\mathrm{AD}\sin 45^\circ+\dfrac{1}{2}\times 2\times\mathrm{AD}\sin 45^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times 4\times 2$

よって $\mathrm{AD}=\underline{\underline{\dfrac{4\sqrt{2}}{3}}}$

(7)



よって $\overline{A}\cap\overline{B}=\underline{\underline{\{3,\ 7\}}}$

(8) ${}_6\mathrm{P}_3=6\times5\times4=\underline{\underline{120\text{（通り）}}}$

(9) a，b，c をひとつのまとまりとして考え，残り4人とあわせた円順列は，$(5-1)!$ 通り。そのおのおのに対して，b と c が a と手をつなぐ場合の数が2通りあるので

$(5-1)!\times2=\underline{\underline{48\text{（通り）}}}$

(10) さいころを2回投げた時の目の出方は $6\times6=36$（通り）。このとき，2回目に出る目の数が1回目の数より大きくなる場合は

$5+4+3+2+1+0=15$（通り）あるので

$\dfrac{15}{36}=\underline{\underline{\dfrac{5}{12}}}$

(11) $\dfrac{{}_3\mathrm{C}_2\times{}_2\mathrm{C}_1}{{}_5\mathrm{C}_3}=\underline{\underline{\dfrac{3}{5}}}$

(12) $0\times{}_3\mathrm{C}_0\left(\dfrac{5}{6}\right)^3+1\times{}_3\mathrm{C}_1\left(\dfrac{1}{6}\right)\left(\dfrac{5}{6}\right)^2$

$+2\times{}_3\mathrm{C}_2\left(\dfrac{1}{6}\right)^2\left(\dfrac{5}{6}\right)+3\times{}_3\mathrm{C}_3\left(\dfrac{1}{6}\right)^3=\underline{\underline{\dfrac{1}{2}\text{（個）}}}$

$\boxed{\text{数学Ⅰ（Ⅰ型，Ⅱ型，Ⅲ型の必修問題）}}$

【2】

(1) $y=(x-2)^2+k-4$ より

$x=2$ のとき最小値 $k-4$

$x=0$ のとき最大値 k

題意より $k(k-4)>0$

よって $\underline{\underline{k<0,\ 4<k}}$

(2) 余弦定理より

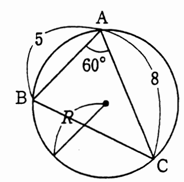
$\mathrm{BC}^2=5^2+8^2-2\times5\times8\cos 60^\circ$

$=49$

$\mathrm{BC}>0$ より

$\mathrm{BC}=7$

正弦定理より



$2R=\dfrac{7}{\sin 60^\circ}=\dfrac{14}{\sqrt{3}}$

$R=\dfrac{7}{\sqrt{3}}=\underline{\underline{\dfrac{7\sqrt{3}}{3}}}$

(3) 各位の数の和が6となる3つの数の選び方は3通りある。

0，1，5 を使ってできる3桁の数は $2\times2\times1=4$

0，2，4 を使ってできる3桁の数は $2\times2\times1=4$

1，2，3 を使ってできる3桁の数は $3\times2\times1=6$

よって $4+4+6=\underline{\underline{14\text{（通り）}}}$

(4) Aの円と接していない円は8個ある。余事象の確率から，求める確率は

$1-\dfrac{{}_8\mathrm{C}_2}{{}_{14}\mathrm{C}_2}=1-\dfrac{\dfrac{8\times7}{2\times1}}{\dfrac{14\times13}{2\times1}}=\underline{\underline{\dfrac{9}{13}}}$

$\boxed{\text{数学Ⅰ（Ⅰ型の選択問題，Ⅱ型の必修問題）}}$

【3】

(1) 条件をみたすには，

放物線 $y=x^2-(m-1)x-2(m+1)$ と

y 軸との交点の y 座標の値が負ならばよい。

$-2(m+1)<0$

よって $\underline{\underline{m>-1}}$

【別解】

$(x+2)(x-m-1)=0$

$x=-2,\ m+1$

条件より $m+1>0$ $\underline{\underline{m>-1}}$

(2) 9個の点から3点を選ぶ選び方は，

${}_9\mathrm{C}_3=\dfrac{9\times8\times7}{3\times2\times1}=84$（通り）

そのうち，一直線になって三角形とならないものが8通り。

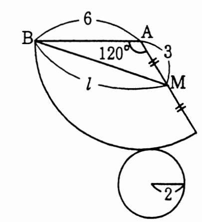
よって $84-8=\underline{\underline{76\text{（個）}}}$

(3) 5回硬貨を投げても勝負が決まらない場合は，Aが3点，Bが2点 または Aが2点，Bが3点の2通り。

したがって，求める確率は

${}_5\mathrm{C}_3\left(\dfrac{1}{2}\right)^3\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+{}_5\mathrm{C}_2\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=\underline{\underline{\dfrac{5}{8}}}$

(4) 底面の円周の長さは 4π であり，展開図の扇形の弧の長さに一致する。扇形の中心角を θ とすると，



$2\pi\times6\times\dfrac{\theta}{360^\circ}=4\pi$

$\theta=\dfrac{4\pi\times360^\circ}{2\pi\times6}=120^\circ$

$\triangle\mathrm{ABM}$ において，余弦定理より

$l^2=6^2+3^2-2\times6\times3\cos120^\circ=63$

$l>0$ より $l=\sqrt{63}=\underline{\underline{3\sqrt{7}}}$

数学Ⅱ（Ⅱ型の必修問題）

【4】

(1) 円の中心（2，0）と直線との距離が円の半径 $\sqrt{5}$ より小さい。

$\dfrac{|2\cdot2+0-k|}{\sqrt{2^2+1^2}}<\sqrt{5}$，$|4-k|<5$

より $\underline{\underline{-1<k<9}}$

(2) 与式を変形して

$1-2\sin^2\theta=3\sin\theta-1$

$2\sin^2\theta+3\sin\theta-2=0$

$(2\sin\theta-1)(\sin\theta+2)=0$

$-1\leqq\sin\theta\leqq1$ より $\sin\theta=\dfrac{1}{2}$

$0°\leqq\theta<360°$ なので $\underline{\underline{\theta=30°,\ 150°}}$

(3) $2\cdot(2^x)^2-9\cdot2^x+4<0$

$(2^x-4)(2\cdot2^x-1)<0$

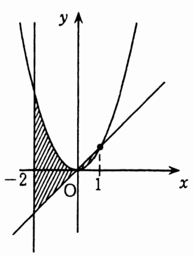
$\dfrac{1}{2}<2^x<4$ より $\underline{\underline{-1<x<2}}$

(4) $S=\displaystyle\int_{-2}^{0}(x^2-x)dx+\int_{0}^{1}(x-x^2)dx$

$=\left[\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}x^2\right]_{-2}^{0}+\left[\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{1}{3}x^3\right]_{0}^{1}$

$=0-\left(-\dfrac{8}{3}-2\right)+\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}\right)-0$

$=\dfrac{28}{6}+\dfrac{1}{6}=\underline{\underline{\dfrac{29}{6}}}$



数学Ⅱ（Ⅱ型，Ⅲ型の必修問題）

【5】

(1) $\log_6 24=\dfrac{\log_{10}24}{\log_{10}6}$

$=\dfrac{3\log_{10}2+\log_{10}3}{\log_{10}2+\log_{10}3}=\underline{\underline{\dfrac{3a+b}{a+b}}}$

(2) $f'(x)=3x^2+2ax+b$

$x=3$ で極小値をとるので $f'(3)=0$

$27+6a+b=0$ …①

$x=3$ で極小値 -5 より $f(3)=-5$

$27+9a+3b-5=-5$ …②

①，②を解いて $\underline{\underline{a=-6,\ b=9}}$

このとき

$f'(x)=3x^2-12x+9=3(x-1)(x-3)$

x	…	1	…	3	…
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗	−1	↘	−5	↗

よって題意をみたす。

(3) (i) 点A′の座標を $(a,\ b)$ とする。AA′⊥l であることにより

$\dfrac{b-5}{a-3}\times(-2)=-1$

すなわち $-a+2b=7$ …①　△2

一方，AA′の中点 $\left(\dfrac{a+3}{2},\ \dfrac{b+5}{2}\right)$ が l 上にあることにより

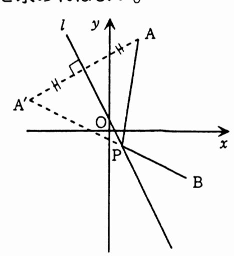
$2\times\dfrac{a+3}{2}+\dfrac{b+5}{2}-1=0$

すなわち $2a+b=-9$ …②　△4

①，②を解くと $a=-5,\ b=1$

ゆえに，点A′の座標は $\underline{\underline{(-5,\ 1)}}$　⑥

(ii) 2点A，Bは直線 l に関して同じ側にあるから，AP＋BP＝A′P＋BP ≧ A′B より，A′B の距離を求めればよい。



$\sqrt{(-5-4)^2+(1+3)^2}=\underline{\underline{\sqrt{97}}}$　④

【(i)の別解】

点Aを通り，$l:y=-2x+1$ に垂直な直線の式は

$y-5=\dfrac{1}{2}(x-3)$　すなわち $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{7}{2}$

この直線と l との交点を求めると

$\dfrac{1}{2}x+\dfrac{7}{2}=-2x+1$　$x=-1,\ y=3$

よって，交点の座標は $(-1,\ 3)$　△3

線分AA′の中点が点 $(-1,\ 3)$ であるから，点A′の座標を $(a,\ b)$ とすると

$\dfrac{a+3}{2}=-1$，$\dfrac{b+5}{2}=3$

$a=-5,\ b=1$

よって，点A′の座標は $\underline{\underline{(-5,\ 1)}}$　⑥

数学Ⅲ（Ⅲ型の必修問題）

【6】

(1) $f^{-1}(x)=\dfrac{x+1}{2}$ より

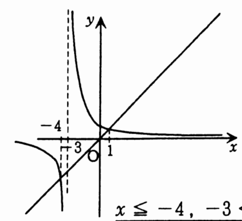
$(g\circ f^{-1})(x)=g(f^{-1}(x))=\dfrac{\frac{x+1}{2}-2}{\frac{x+1}{2}+2}$

$=\underline{\underline{\dfrac{x-3}{x+5}}}$

(2) $\dfrac{4}{x+3}=x$ より $x^2+3x-4=0$

$(x-1)(x+4)=0$　$x=1,\ -4$

$y=\dfrac{4}{x+3}$ と $y=x$ のグラフを比較して



$\underline{\underline{x\leqq-4,\ -3<x\leqq1}}$

【別解】　両辺に $(x+3)^2$ をかけて

$4(x+3)\geqq x(x+3)^2$　ただし，$x\neq-3$

$(x+3)\{x(x+3)-4\}\leqq0$

$(x+3)(x-1)(x+4)\leqq0$ より

$\underline{\underline{x\leqq-4,\ -3<x\leqq1}}$

(3) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}=\frac{1}{1-\frac{2}{3}}=3$

$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^{2n}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4}\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}=\frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{4}}=\frac{1}{3}$

より，与式 $=3-\dfrac{1}{3}=\underline{\underline{\dfrac{8}{3}}}$

(4) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{(1-\cos x)(1+\cos x)\sin x}{x^3\cdot(1+\cos x)}$

$=\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{(1-\cos^2 x)\sin x}{x^3(1+\cos x)}$

$=\displaystyle\lim_{x\to0}\left(\frac{\sin x}{x}\right)^3\cdot\frac{1}{1+\cos x}$

$=1^3\cdot\dfrac{1}{2}=\underline{\underline{\dfrac{1}{2}}}$

(5) $y'=\dfrac{1+\dfrac{2x}{2\sqrt{x^2+5}}}{x+\sqrt{x^2+5}}$

$=\dfrac{x+\sqrt{x^2+5}}{\sqrt{x^2+5}\,(x+\sqrt{x^2+5})}$

$=\underline{\underline{\dfrac{1}{\sqrt{x^2+5}}}}$

(6) $\displaystyle\int_0^1 xe^x dx=\Big[xe^x\Big]_0^1-\int_0^1 e^x dx$

$=e-(e-1)=\underline{\underline{1}}$

(7)(i) 曲線上の点 $(t,\ e^t)$ における接線

$y-e^t=e^t(x-t)$

が点 $(a,\ 0)$ を通るので，

$-e^t=ae^t-te^t$

$e^t(t-a-1)=0$

$e^t\neq0$ より $t=a+1$ だから

l の方程式は

$\underline{\underline{y=e^{a+1}x-ae^{a+1}}}$　④

(ii) 求める面積をSとすると

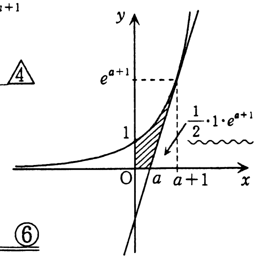
$$S=\int_0^{a+1}e^x dx-\underbrace{\int_a^{a+1}(e^{a+1}x-ae^{a+1})dx}\quad ②$$

$$=\Big[e^x\Big]_0^{a+1}-\underbrace{\frac{1}{2}\cdot 1\cdot e^{a+1}}$$

この計算は，下図の三角形の面積〰をひいたものと考えるとよい

$$=e^{a+1}-1-\frac{1}{2}e^{a+1}$$

$$=\frac{1}{2}e^{a+1}-1\quad ④$$



$S=1$だから

$e^{a+1}=4$

$a+1=\log 4$ より

$\underline{\underline{a=2\log 2-1}}$ ⑥

数学A（数と式，数列）（Ⅰ型，Ⅱ型の選択問題）

【7】

(1) 与式 $=(x^4-y^4)+(2x^3y-2xy^3)$

$=(x^2-y^2)(x^2+y^2)+2xy(x^2-y^2)$

$=(x^2-y^2)(x^2+y^2+2xy)$

$=(x-y)(x+y)(x+y)^2$

$=\underline{\underline{(x-y)(x+y)^3}}$

(2) $a=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$

$=\dfrac{(\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=3+2\sqrt{2}$

$\dfrac{1}{a}=\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}=\dfrac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}$

$=3-2\sqrt{2}$

よって

$a+\dfrac{1}{a}=3+2\sqrt{2}+3-2\sqrt{2}=\underline{\underline{6}}$

(3) 一般項a_nは

$a_n=33+(n-1)\times(-4)=-4n+37$

$-4n+37>0$ を解くと $n<9.25$

よって，初項から第9項までの項が正の数で，第10項以降が負の数となるから，<u>第9項</u>までの和が最大となる。

(4) $n\geqq 2$のとき $a_n=S_n-S_{n-1}$ より

$a_5=S_5-S_4$

$=(5^2-2\times5+3)-(4^2-2\times4+3)=\underline{\underline{7}}$

数学A（数列）（Ⅰ型，Ⅱ型，Ⅲ型の選択問題）

【8】

(1) 第n項は，初項1，公比-2，項数nの等比数列の和に等しいから

$a_n=\dfrac{1\{1-(-2)^n\}}{1-(-2)}=\underline{\underline{\dfrac{1-(-2)^n}{3}}}$

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{1-(-2)^k}{3}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\sum_{k=1}^{n}(-2)^k$

$=\dfrac{1}{3}n-\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{(-2)\{1-(-2)^n\}}{1+2}$

$=\underline{\underline{\dfrac{1}{3}n+\dfrac{2}{9}\{1-(-2)^n\}}}$

数学A（平面幾何）（Ⅰ型，Ⅱ型，Ⅲ型の選択問題）

【9】

(1) 方べきの定理より

$AB^2=9\times(7+9)=144$

$AB>0$ より $AB=\underline{\underline{12}}$

(2) $\triangle BCD$ において

接線と弦のつくる角の定理（接弦定理）より

$\angle BDC=\theta$

また，$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$ より $BC=CD$ なので

$\angle CBD=\theta$

よって $\underline{\underline{\angle BCD=180^\circ-2\theta}}$

数学B（ベクトル）（Ⅱ型，Ⅲ型の選択問題）

【10】

(1) $|\vec{a}-\vec{b}|^2=7$ であるから

$|\vec{a}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=7$ 　これより，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-1$

なす角をθとすると $0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$

$\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=-\dfrac{1}{2}$

よって $\underline{\underline{\theta=120^\circ}}$

(2) $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とすると

$\overrightarrow{OE}=\dfrac{1}{3}\left(\vec{a}+\vec{b}+\dfrac{1}{2}\vec{c}\right)=\dfrac{1}{3}\vec{a}+\dfrac{1}{3}\vec{b}+\dfrac{1}{6}\vec{c}$

$\overrightarrow{OF}=k\overrightarrow{OE}=\dfrac{1}{3}k\vec{a}+\dfrac{1}{3}k\vec{b}+\dfrac{1}{6}k\vec{c}$

点Fは平面ABC上にあるから

$\dfrac{1}{3}k+\dfrac{1}{3}k+\dfrac{1}{6}k=1$

$\dfrac{5}{6}k=1$ 　よって $k=\dfrac{6}{5}$

$\underline{\underline{OE:EF=5:1}}$

数学B（複素数と複素数平面）（Ⅱ型，Ⅲ型の選択問題）

【11】

(1) $\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)^2+\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^2=\dfrac{(1-i)^2}{(1+i)^2}+\dfrac{(1+i)^2}{(1-i)^2}$

$=\dfrac{-2i}{2i}+\dfrac{2i}{-2i}$

$=\underline{\underline{-2}}$

(2) 求める複素数をzとすると，

$z-\alpha=(\beta-\alpha)(\cos60^\circ+i\sin60^\circ)$

したがって

$z=2\sqrt{3}+3i+(2\sqrt{3}-2i)\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)$

$=2\sqrt{3}+3i+2\sqrt{3}+2i$

$=\underline{\underline{4\sqrt{3}+5i}}$

数学B（確率分布）（Ⅱ型，Ⅲ型の選択問題）

【12】

(i) $\dfrac{3}{5}\times\dfrac{{}_3C_2}{{}_6C_2}+\dfrac{2}{5}\times\dfrac{{}_2C_2}{{}_6C_2}=\underline{\underline{\dfrac{11}{75}}}$

(ii) 1個の場合

$\dfrac{3}{5}\times\dfrac{{}_3C_1\times{}_3C_1}{{}_6C_2}+\dfrac{2}{5}\times\dfrac{{}_2C_1\times{}_4C_1}{{}_6C_2}=\dfrac{43}{75}$

0個の場合

$\dfrac{3}{5}\times\dfrac{{}_3C_2}{{}_6C_2}+\dfrac{2}{5}\times\dfrac{{}_4C_2}{{}_6C_2}=\dfrac{21}{75}$

求める期待値は

$2\times\dfrac{11}{75}+1\times\dfrac{43}{75}+0\times\dfrac{21}{75}=\dfrac{65}{75}=\underline{\underline{\dfrac{13}{15}}}$

数学C（行列）（Ⅲ型の選択問題）

【13】

(1) 与えられた2式の和と差から

$2A=\begin{pmatrix}4&2\\2&0\end{pmatrix}$ より $A=\begin{pmatrix}2&1\\1&0\end{pmatrix}$

$2B=\begin{pmatrix}-2&4\\-6&-2\end{pmatrix}$ より $B=\begin{pmatrix}-1&2\\-3&-1\end{pmatrix}$

$A^2-B^2=\begin{pmatrix}5&2\\2&1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-5&-4\\6&-5\end{pmatrix}$

$=\underline{\underline{\begin{pmatrix}10&6\\-4&6\end{pmatrix}}}$

(2) $\Delta=(x+1)\cdot2x-3a$

$=2x^2+2x-3a$

逆行列をもつときは $\Delta\neq0$ であるが，

このとき，$2x^2+2x-3a=0$ が実数解をもたないので，

$D<0$

$4+24a<0$

よって $\underline{\underline{a<-\dfrac{1}{6}}}$

数学C（いろいろな曲線）（Ⅲ型の選択問題）

【14】

(1) $\cos\theta=\dfrac{x-2}{3}$，$\sin\theta=\dfrac{y+3}{2}$

$\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$ より

$\underline{\underline{\dfrac{(x-2)^2}{9}+\dfrac{(y+3)^2}{4}=1}}$

(2) 円の中心(x, y)から点$(2, 0)$までの距離と直線$x=-2$までの距離が等しいので

$\sqrt{(x-2)^2+y^2}=|x+2|$

$(x-2)^2+y^2=(x+2)^2$

$\underline{\underline{y^2=8x}}$

【別解】

求める円の中心は，点$(2, 0)$までの距離と直線$x=-2$までの距離が等しいので，求める軌跡は，点$(2, 0)$を焦点，直線$x=-2$を準線とする放物線である。

よって $y^2=4px$ に $p=2$ を代入

$\underline{\underline{y^2=8x}}$