

平成 16 年 11 月 19 日 実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

数 学 学 力 テ ス ト

(時間 50 分)

(無断転載を禁じます)

第	学年	組	番	氏 名	
---	----	---	---	--------	--

注 意 事 項

1. 解答はすべて解答用紙に記入して下さい。
2. 次のⅠ型、Ⅱ型、Ⅲ型の 3 つの型の中から、学校で指定されたものを選んで解答して下さい。
各型とも◎印は必修問題です。選択問題は、○印から 1 題を選択するか、または△印から 2 題を選択するか、いずれかの方法があります。学校で指定された方法で解答して下さい。
各型とも 100 点満点です。

問題	出 題 分 野	Ⅰ 型	Ⅱ 型	Ⅲ 型	解答形式	配点
【1】	数 学 Ⅰ	◎			客 観	60
【2】	数 学 Ⅰ	◎	◎	◎	客 観	20
【3】	数 学 Ⅰ	○	◎		客 観	20
【4】	数 学 Ⅱ		◎		客 観	20
【5】	数 学 Ⅱ		◎	◎	客観・記述	20
【6】	数 学 Ⅲ			◎	客観・記述	40
【7】	数 学 A：数と式，数列	○	○		客 観	20
【8】	数 学 A：数列	△	△	△	客 観	10
【9】	数 学 A：平面幾何	△	△	△	客 観	10
【10】	数 学 B：ベクトル		△	△	客 観	10
【11】	数 学 B：複素数と複素数平面		△	△	客 観	10
【12】	数 学 B：確率分布		△	△	客 観	10
【13】	数 学 C：行列 (コンピュータの部分は除く)			△	客 観	10
【14】	数 学 C：いろいろな曲線 (コンピュータの部分は除く)			△	客 観	10

※ 解答形式が記述式のものについては、途中経過を記入すること。

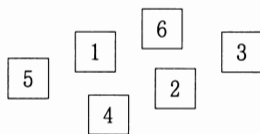
S III 学 力 テ ス ト

数 学 I

I 型の必修問題

【1】 次の各問いに答えよ。

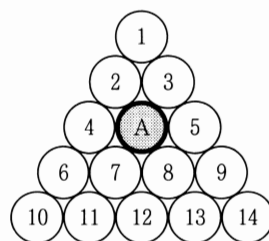
- (1) 放物線 $y = x^2 + ax + 2$ の頂点の座標が $(1, b)$ であるとき、定数 a, b の値を求めよ。
- (2) 3点 $(0, 5)$, $(2, 1)$, $(3, 5)$ を通る放物線をグラフとする2次関数を求めよ。
- (3) 2次不等式 $2x^2 - 3x - 2 < 0$ を解け。
- (4) $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$ の直角三角形 ABC において、辺 AC 上に点 D を $AD = 10$ となるようにとる。 $\angle BDC = 60^\circ$ のとき、 DC の長さを求めよ。
- (5) $\theta = 150^\circ$ のとき、 $\frac{1}{1 + \sin \theta} + \frac{1}{1 - \sin \theta}$ の値を求めよ。
- (6) $\triangle ABC$ において、 $AB = 4$, $AC = 2$, $\angle A = 90^\circ$ とし、 $\angle A$ の二等分線と辺 BC の交点を D とするとき、線分 AD の長さを求めよ。
- (7) 全体集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ とその2つの部分集合 $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{1, 2, 5\}$ について、集合 $\overline{A} \cap \overline{B}$ を要素を書き並べる方法で答えよ。ただし、集合 $\overline{A}$ は A の補集合を表す。
- (8) 下図のような番号がついた6枚の座布団に3人を座らせる方法は何通りあるか。



- (9) a, b, c, d, e, f, g の7人が互いに手をつないで1つの輪をつくる。このとき、 a が b と c の2人と手をつなぐ場合は何通りあるか。
- (10) 1個のさいころを2回投げるとき、2回目に出る目の数が1回目の数より大きい確率を求めよ。
- (11) 白球3個、赤球2個が入っている袋から、3個の球を同時に取り出す。このとき、白球2個、赤球1個である確率を求めよ。
- (12) 3個のさいころを同時に投げる。6の目が出るさいころの個数の期待値を求めよ。

【2】 次の各問いに答えよ。

- (1) 2 次関数 $y = x^2 - 4x + k$ ($0 \leq x \leq 3$) の最大値と最小値の積が正の数となるように定数 k の値の範囲を定めよ。
- (2) $\triangle ABC$ において, $\angle A = 60^\circ$, $AB = 5$, $AC = 8$ のとき, 外接円の半径 R を求めよ。
- (3) 6 個の数字 0, 1, 2, 3, 4, 5 から異なる 3 個の数字を選び, それらを並べて 3 桁の整数をつくる。各位の数の和が 6 になる場合は何通りあるか。
- (4) 右図のように, 同じ大きさの 15 個の円が互いに接していて, それぞれの円に 1 ~ 14 までの番号と記号 A が割り振られている。いま, 1 ~ 14 までの番号のついた 14 本のくじがあり, その中から 2 本をひく。このとき, ひいたくじと同じ番号の 2 つの円のうち少なくとも 1 つが A の円と接している確率を求めよ。



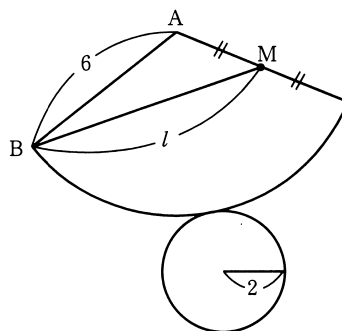
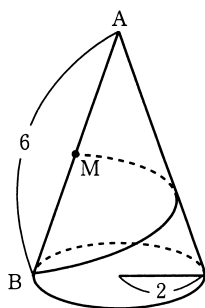
【3】 次の各問いに答えよ。

- (1) 2 次方程式 $x^2 - (m-1)x - 2(m+1) = 0$ が異符号の解をもつように, 定数 m の値の範囲を定めよ。
- (2) 右図のように, 9 個の点が縦, 横 等間隔に並んでいる。これらの点から 3 個の点を選び, それらを頂点として三角形をつくる時, 全部で何個できるか。



- (3) 1 枚の硬貨を投げて, 表が出れば A に 1 点, 裏が出れば B に 1 点与える。この試行を繰り返し行い, 先に 4 点取った方を勝ちとする。5 回投げて勝負が決まらない確率を求めよ。

- (4) 左下図のような線分 AB を母線とする直円錐^{すい}があり、 $AB = 6$ 、底面の半径を 2 とする。AB の中点 M から直円錐の側面を一巻きして点 B に至る最短の曲線の長さ l は、右下図の展開図における線分 BM の長さに等しい。このとき l の値を求めよ。



数学 II

II 型の必修問題

【4】 次の各問いに答えよ。

- (1) 直線 $2x + y - k = 0$ と円 $(x - 2)^2 + y^2 = 5$ が異なる 2 点で交わるとき、定数 k の値の範囲を求めよ。
- (2) $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ のとき、方程式 $\cos 2\theta = 3 \sin \theta - 1$ を解け。
- (3) 不等式 $2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x + 4 < 0$ を解け。
- (4) 放物線 $y = x^2$ と直線 $y = x$ および直線 $x = -2$ とで囲まれた 2 つの部分の面積の和を求めよ。

数学 II

II 型, III 型の必修問題

【5】 次の各問いに答えよ。

- (1) $\log_{10} 2 = a$, $\log_{10} 3 = b$ とするとき、 $\log_6 24$ を a, b で表せ。
- (2) 関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 5$ が $x = 3$ で極小値 -5 をとるように、定数 a, b の値を定めよ。
- (3) 2 点 $A(3, 5)$, $B(4, -3)$ と直線 $l: 2x + y - 1 = 0$ について、次の問いに答えよ。
 - (i) 直線 l に関して、点 A と対称な点 A' の座標を求めよ。(途中経過を書け)
 - (ii) 直線 l 上に点 P をとるとき、 $AP + BP$ の最小値を求めよ。

【6】 次の各問いに答えよ。(ここで使われている e は自然対数の底とする)

- (1) 2つの関数 $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = \frac{x-2}{x+2}$ に対し, $(g \circ f^{-1})(x)$ を求めよ。
- (2) 不等式 $\frac{4}{x+3} \geq x$ を解け。
- (3) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left(\frac{2}{3} \right)^{n-1} - \left(\frac{1}{2} \right)^{2n} \right\}$ の和を求めよ。
- (4) 極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x) \sin x}{x^3}$ を求めよ。
- (5) 関数 $y = \log(x + \sqrt{x^2 + 5})$ を微分せよ。
- (6) 定積分 $\int_0^1 x e^x dx$ の値を求めよ。
- (7) 曲線 $C: y = e^x$ について, 次の問いに答えよ。
 - (i) 点 $(a, 0)$ から曲線 C に引いた接線を l とするとき, l の方程式を求めよ。
ただし, $a > 0$ とする。
 - (ii) 曲線 C と接線 l および x 軸, y 軸で囲まれた部分の面積が 1 となるような a の値を求めよ。(途中経過を書け)

【7】 次の各問いに答えよ。

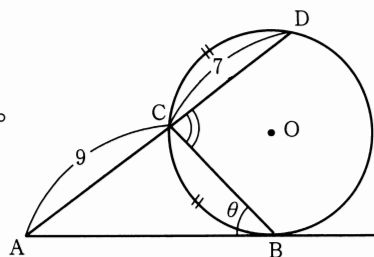
- (1) $x^4 + 2x^3y - 2xy^3 - y^4$ を因数分解せよ。
- (2) $a = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{\sqrt{6} - \sqrt{3}}$ のとき, $a + \frac{1}{a}$ の値を求めよ。
- (3) 初項 33, 公差 -4 の等差数列において, 初項から第何項までの和が最大となるか。
- (4) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n = n^2 - 2n + 3$ と表されるとき, a_5 を求めよ。

【8】 数列 $\{a_n\}$ が $1, 1-2, 1-2+2^2, 1-2+2^2-2^3, \dots$ で与えられているとき, 次の各問いに答えよ。

- (i) 第 n 項を n の式で表せ。
- (ii) 初項から第 n 項までの和を求めよ。

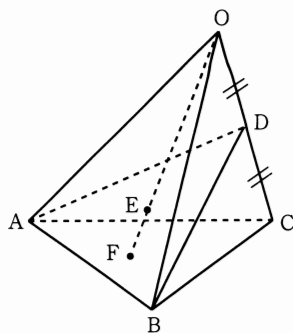
- 【9】 右図のように、円 O の外部の点 A から円にひいた接線の接点を B とし、 A から円と 2 点 C, D で交わる直線をひく。 $AC = 9$, $CD = 7$, $\widehat{BC} = \widehat{CD}$ のとき、次の各問に答えよ。

- (i) AB の長さを求めよ。
 (ii) $\angle ABC = \theta$ として、 $\angle BCD$ を θ を用いて表せ。



- 【10】 次の各問に答えよ。

- (1) $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{7}$ であるとき、 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を求めよ。
 (2) 四面体 $OABC$ の辺 OC の中点を D , $\triangle ABD$ の重心を E , 直線 OE と平面 ABC との交点を F とする。
 このとき、 $OE : EF$ を最も簡単な整数比で表せ。



- 【11】 次の各問に答えよ。(この選択群で使用している i は虚数単位とする)

- (1) $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^2 + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2$ を計算せよ。
 (2) $\alpha = 2\sqrt{3} + 3i$, $\beta = 4\sqrt{3} + i$ について、点 β を点 α の周りに 60° だけ回転移動した点を表す複素数を求めよ。

【12】 A の袋には白球 3 個と黒球 2 個, B の袋には白球 2 個と黒球 3 個が入っている。A の袋から 1 個の球を取り出して B の袋に入れた後, よくかき混ぜて B の袋から 2 個の球を取り出すとき, 次の問いに答えよ。

- (i) 2 個とも白球である確率を求めよ。
- (ii) 取り出す白球の個数の期待値を求めよ。

【13】 次の各問いに答えよ。

- (1) 2 次の正方行列 A, B について $A+B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$, $A-B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ であるとき, A^2-B^2 を求めよ。
- (2) 行列 $\begin{pmatrix} x+1 & a \\ 3 & 2x \end{pmatrix}$ がすべての実数 x について逆行列をもつとき, 定数 a のとりうる値の範囲を求めよ。

【14】 次の各問いに答えよ。

- (1) 媒介変数 θ を用いて, $x = 3 \cos \theta + 2$, $y = 2 \sin \theta - 3$ で表される曲線を, x と y の方程式で表せ。
- (2) 点 $(2, 0)$ を通り, 直線 $x = -2$ に接する円の中心の軌跡の方程式を求めよ。