平成18年度　秋季県下一斉学力テスト $\boxed{\text{S I }\alpha}$ 解答 No.1

α共通問題　方程式と不等式

(1) $2(x+2)-3(-x+3)$
$=2x+4+3x-9$
$=\underline{\underline{5x-5}}$

(2) $(2x-1)(3x+4)$
$=\underline{\underline{6x^2+5x-4}}$

(3) $2x^2+x-21$
$=\underline{\underline{(2x+7)(x-3)}}$

$$\begin{array}{llr} 2 & \;\;7 \to & 7 \\ 1 & -3 \to & -6 \\ \hline & & 1 \end{array}$$

(4) $\sqrt{27}-\sqrt{300}+\sqrt{12}$
$=3\sqrt{3}-10\sqrt{3}+2\sqrt{3}$
$=\underline{\underline{-5\sqrt{3}}}$

(5) $6(x-2)<7x$
$6x-12<7x$
$6x-7x<12$
$-x<12$
したがって
$\underline{\underline{x>-12}}$

(6) $2x^2-5x+1=0$

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times2\times1}}{2\times2}$$

$$=\underline{\underline{\frac{5\pm\sqrt{17}}{4}}}$$

(7) $$\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{5}(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}$$

$$=\frac{2\sqrt{5}(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3}$$

$$=\frac{2(5+\sqrt{15})}{2}$$

$$=\underline{\underline{5+\sqrt{15}}}$$

(8) $3a^2b\times(-2b)^3$
$=3a^2b\times(-8b^3)$
$=\underline{\underline{-24a^2b^4}}$

(9) たての長さを x cm とすると，横の長さは，
$\underline{(12-x)\text{cm}}$ △2
辺の長さは正なので
$x>0$，$12-x>0$
よって，$0<x<12$
また，たてが横より長いので
$x>12-x$　より　$x>6$
したがって　$6<x<12$ …①
長方形の面積が 35 cm^2 だから，
$\underline{x(12-x)=35}$ △5
$x^2-12x+35=0$
$(x-7)(x-5)=0$
$\underline{x=7,\ 5}$ △8
①より　$x=7$
ゆえに　たての長さは $\underline{\underline{7\text{ cm}}}$ ⑩

α選択問題

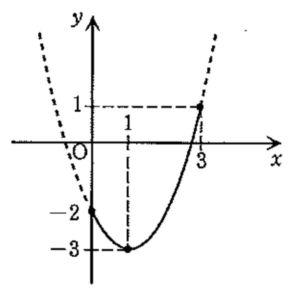
[α－1] 2次関数

(1) 2次関数 $y=ax^2$ のグラフを x 軸方向に p，y 軸方向に q だけ平行移動したものは，2次関数 $y=a(x-p)^2+q$ であるから，求める2次関数は
$y=(x-2)^2+3$　　よって $\underline{\underline{(イ)}}$

(2) 2次関数 $y=-(x-2)^2-4$ のグラフの頂点の座標は，$\underline{\underline{(2,\ -4)}}$

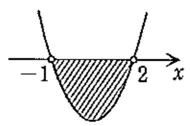
(3) 2次関数 $y=x^2-5x-24$ のグラフと x 軸との共有点の x 座標は，$y=0$ として
$x^2-5x-24=0$
$(x-8)(x+3)=0$
$\underline{\underline{x=8,\ -3}}$

(4) $y=x^2-2x-2$ を変形すると
$y=(x-1)^2-3$ となるので，
2次関数 $y=x^2-2x-2$ の $0\leqq x\leqq3$ におけるグラフは図のようになる。



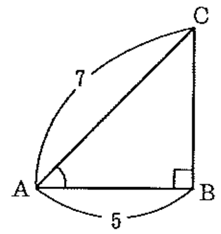
よって，$x=1$ のとき
最小値　$\underline{\underline{-3}}$

(5) $(x+1)(x-2)<0$ より
$\underline{\underline{-1<x<2}}$



[α－2] 図形と計量

(1) 図より $\cos A=\dfrac{AB}{AC}=\underline{\underline{\dfrac{5}{7}}}$



(2) $\cos30^\circ\times\tan150^\circ$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$=\underline{\underline{-\frac{1}{2}}}$$

(3) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ より
$\sin^2 60^\circ+\cos^2 60^\circ=\underline{\underline{1}}$

(4) △ABC の面積は，

$$\frac{1}{2}\times AB\times BC\times\sin B$$

$$=\frac{1}{2}\times6\times5\times\sin150^\circ$$

$$=\frac{1}{2}\times6\times5\times\frac{1}{2}$$

$$=\underline{\underline{\frac{15}{2}}}$$

(5) 正弦定理より，

$$\frac{BC}{\sin30^\circ}=\frac{3\sqrt{2}}{\sin45^\circ}$$

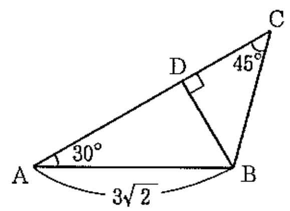
$$BC=\frac{3\sqrt{2}\sin30^\circ}{\sin45^\circ}$$

$$=3\sqrt{2}\times\frac{1}{2}\div\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$=3\sqrt{2}\times\frac{1}{2}\times\sqrt{2}$$

$$=\underline{\underline{3}}$$

【別解】
右図のように頂点 B から辺 AC におろした垂線の足を D とする。



△ABD は，30°，60°，90° の直角三角形であるから，
AB : BD $=2:1$ より
$2BD=AB$

$$BD=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

△BCD は，45°，45°，90° の直角三角形であるから，
BC : BD $=\sqrt{2}:1$ より

$$BC=\sqrt{2}\,BD=\sqrt{2}\times\frac{3\sqrt{2}}{2}=\frac{6}{2}=\underline{\underline{3}}$$

平成18年度　秋季県下一斉学力テスト $\boxed{\text{S I }\alpha}$ 解答 No. 2

[α － 3] 平面図形

(1) 三角形の3つの内角の二等分線の交点は，内接円の中心であるから「内心」である。　$\underline{\underline{b}}$

(2) 角の二等分線と線分の比の性質より

BD : DC ＝ AB : AC ＝ 5 : 3

CD ＝ x とすると BD ＝ $6-x$ だから

$(6-x) : x = 5 : 3$

$5x = 3(6-x)$

$8x = 18$

$x = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$

よって

$\underline{\underline{\mathrm{CD} = \frac{9}{4}}}$

(3) △BCD で辺 BD が円の直径であるから，

∠BCD ＝ 90°

したがって ∠BDC ＝ 90° － 35° ＝ 55°

同じ弧 BC に対する円周角は等しいので

α ＝ ∠BDC ＝ $\underline{\underline{55°}}$

(4) △OAB，△OBC，△OCA はすべて点 O を頂点とする二等辺三角形であるから，

∠OBA ＝ 30°，∠OCB ＝ α，∠OAC ＝ 20°

△ABC の内角の和は 180° であるから，

$2\alpha + 2\times30° + 2\times20° = 180°$

$2\alpha = 80°$

$\underline{\underline{\alpha = 40°}}$

(5) ∠BAC ＝ 180° － (65° ＋ 32°) ＝ 83°

円の接線と弦のつくる角の性質より

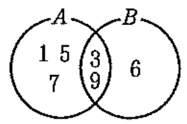
∠PBC ＝ ∠BAC ＝ 83°

∠PCB ＝ ∠BAC ＝ 83°

α ＝ 180° － (83° ＋ 83°) ＝ $\underline{\underline{14°}}$

[α － 4] 集合と論理

(1) $A \cap B = \underline{\underline{\{3,\ 9\}}}$



(2) 100以下の自然数で，5の倍数の集合を A，7の倍数の集合を B とする。

$A = \{5\times1,\ 5\times2,\ \cdots,\ 5\times20\}$ より

$n(A) = 20$

$B = \{7\times1,\ 7\times2,\ \cdots,\ 7\times14\}$ より

$n(B) = 14$

また，$A \cap B$ は35の倍数の集合なので，

$A \cap B = \{35\times1,\ 35\times2\}$ より

$n(A \cap B) = 2$

求める個数は，$A \cup B$ の要素の個数なので，

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$= 20 + 14 - 2$

$= \underline{\underline{32\text{（個）}}}$

(3) (ア)

「$x^2 - x - 2 = 0$ ならば，$x = -1$ である」は偽

（反例）$x = 2$ のとき $x^2 - x - 2 = 0$ は成り立つ。

(イ)

「$am = bm$ ならば，$a = b$ である」は偽

（反例）$m = 0$，$a = 1$，$b = 2$ のとき $am = bm$ は成り立つが，$a = b$ は成り立たない。

(ウ)

「$a^2 + b^2 = 0$ ならば，$a = b = 0$ である」は真

(エ)

$\{x \mid 1 < x < 2\} \subset \{x \mid 0 < x < 3\}$ より

「$1 < x < 2$ ならば，$0 < x < 3$ である」は真

よって真であるものは $\underline{\underline{\text{(ウ)と(エ)}}}$

(4) 2つの条件を $p : x = 5$，$q : x^2 = 25$ とするとき，

$p \Rightarrow q$ は真であるが，$q \Rightarrow p$ は偽（反例 $x = -5$）である。

したがって，p は q であるための十分条件であるが必要条件ではないので　$\underline{\underline{\text{(イ)}}}$

(5) 命題「n が偶数ならば，n^2 は偶数である。」の対偶は，

$\underline{\underline{\text{「}n^2\text{ が奇数ならば，}n\text{ は奇数である。」}}}$

[α － 5] 場合の数と確率

(1) （大きいさいころの目，小さいさいころの目）と表すと，目の和が7になる場合は，(1，6)，(2，5)，(3，4)，(4，3)，(5，2)，(6，1) の $\underline{\underline{\text{6通り}}}$

(2) 項の数は積の法則を使って，

$3\times4 = \underline{\underline{12}}$

(3) 男子の委員の選び方が ${}_5C_1$ 通りで，そのおのおのに対して女子の委員の選び方が ${}_6C_1$ 通りずつあるから

${}_5C_1 \times {}_6C_1 = 5\times6 = \underline{\underline{30\text{（通り）}}}$

(4) くじの引き方は10通りで，当たりくじはそのうちの2通りだから，当たりくじを引く確率は

$\frac{2}{10} = \underline{\underline{\frac{1}{5}}}$

(5) 10個の球が入っている袋から同時に3個の球を取り出す場合は ${}_{10}C_3$ 通りで，そのうち，白球2個と赤球1個を取る場合は ${}_6C_2 \times {}_4C_1$ 通りあるから

求める確率は

$\frac{{}_6C_2 \times {}_4C_1}{{}_{10}C_3} = \frac{60}{120} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$

[α － 6] 2次関数（2次不等式は除く）

(1) $f(x) = 3x^2 - 2$ より

$f(-1) = 3\cdot(-1)^2 - 2$

$= 3 - 2$

$= \underline{\underline{1}}$

(2) 円の面積は $\pi \times$（円の半径）^{2} であるから

$y = \pi \times \left(\frac{x}{2}\right)^2$ より

$\underline{\underline{y = \frac{\pi}{4}x^2}}$

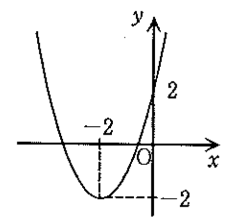
(3) 頂点の座標は

$(-2,\ -2)$ で，

y 軸と点 $(0,\ 2)$

で交わるから，

グラフは右図のようになる。



(4) ①グラフが上に凸の放物線なので a は負

②y 軸との交点は $(0,\ c)$ で，グラフは y 軸と原点よりも下側で交わっているから c は負

したがって　$\underline{\underline{\text{① －　② －}}}$

(5) 2次関数 $y = (x-p)^2 + q$ のグラフの軸は，直線 $x = p$ なので $p = 3$

したがって $y = (x-3)^2 + q$

これが点 $(1,\ 0)$ を通るから

$0 = (1-3)^2 + q$

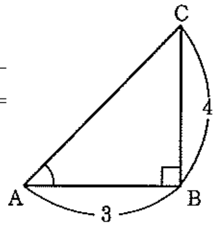
$q = -4$

ゆえに　$\underline{\underline{p = 3,\ q = -4}}$

平成18年度　秋季県下一斉学力テスト $\boxed{\text{S I } \alpha}$ 解答 No. 3

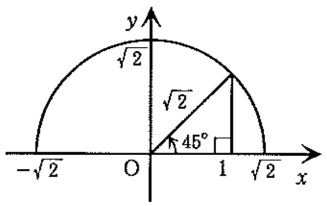
[α−7] 図形と計量
（正弦定理，余弦定理，図形の計量は除く）

(1) 図より



$\tan A = \dfrac{BC}{AB} = \underline{\underline{\dfrac{4}{3}}}$

(2)



上図より，$\underline{\underline{\theta = 45^\circ}}$

(3) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ より

$\left(\dfrac{2}{3}\right)^2 + \cos^2\theta = 1$

$\cos^2\theta = 1 - \left(\dfrac{2}{3}\right)^2 = 1 - \dfrac{4}{9} = \dfrac{5}{9}$

$0^\circ \leqq \theta \leqq 90^\circ$ だから $\cos\theta \geqq 0$

よって $\cos\theta = \underline{\underline{\dfrac{\sqrt{5}}{3}}}$

(4) 右図において，

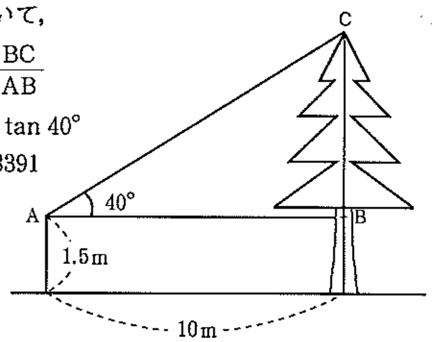
$\tan A = \dfrac{BC}{AB}$

$BC = AB \tan 40^\circ$

$= 10 \times 0.8391$

$= 8.391$

$\fallingdotseq 8.4$



よって木の高さは $\underline{\underline{8.4 + 1.5 = 9.9}}$ **(m)**

(5) $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos\alpha$ より

$\sin 57^\circ = \sin(90^\circ - 33^\circ) = \cos 33^\circ$

したがって $\sin 57^\circ$ と等しいものは $\underline{\underline{(ウ)}}$

[α−8] 場合の数と確率（確率は除く）

(1) ${}_6P_2 = 6 \times 5$

$= \underline{\underline{30}}$

(2) 5人全員が1列に並ぶ順列だから

${}_5P_5 = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$= \underline{\underline{120}}$ **（通り）**

(3) 7個の点から3個の点を選ぶ組合せだから

${}_7C_3 = \dfrac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \underline{\underline{35}}$ **（個）**

(4) $54 = 2 \times 3^3$ であるから，54の正の約数は，
2の正の約数のそれぞれと 3^3 の正の約数のそれぞれとの積で表される。
2の正の約数は，1，2の2個
3^3 の正の約数は，1，3，3^2，3^3 の4個である。
したがって54の正の約数の個数は，
積の法則により　$2 \times 4 = \underline{\underline{8}}$ **（個）**

(5) $aabb$ の並びかえだから，同じものを含む順列の総数は，

$\dfrac{4!}{2!2!} = \underline{\underline{6}}$ **（通り）**

【参考】

実際に並べてみると次のようになる。

$aabb$
$abab$
$abba$
$baab$
$baba$
$bbaa$　　　したがって　$\underline{\underline{6}}$ **（通り）**

[α−9] 方程式と不等式 ①

(1) $(2x+1)(2x-1)(4x^2+1)$

$= (4x^2-1)(4x^2+1)$

$= (4x^2)^2 - 1^2$

$= \underline{\underline{16x^4 - 1}}$

(2) $x^3 - 11x^2 + 30x$

$= x(x^2 - 11x + 30)$

$= \underline{\underline{x(x-5)(x-6)}}$

(3) $0.6x + 2 < 0.8x + 1$

両辺を10倍して

$6x + 20 < 8x + 10$

$6x - 8x < 10 - 20$

$-2x < -10$

$\underline{\underline{x > 5}}$

(4) $\sqrt{20} + \dfrac{20}{\sqrt{5}} - 3\sqrt{5}$

$= 2\sqrt{5} + \dfrac{20\sqrt{5}}{5} - 3\sqrt{5}$

$= 2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$

$= \underline{\underline{3\sqrt{5}}}$

(5) $x = 2$ が2次方程式 $x^2 + x + a = 0$ の解であるから，$2^2 + 2 + a = 0$

$\underline{a = -6}$　△2

したがって，与えられた方程式は

$x^2 + x - 6 = 0$

$(x+3)(x-2) = 0$

$x = -3,\ 2$

よって，$x = 2$ 以外のもう1つの解は

$x = -3$

ゆえに

$\underline{\underline{a = -6，もう1つの解は\ x = -3}}$　⑤

($a = -6$ ができて2点，両方できて5点)

[α−10] 方程式と不等式 ②

(1) $4x(x-1) - 3x(2x-1)$

$= 4x^2 - 4x - 6x^2 + 3x$

$= \underline{\underline{-2x^2 - x}}$

(2) $x(x+1) + 2(x+1)$

$= \underline{\underline{(x+2)(x+1)}}$

(3) $\dfrac{1}{6}x + 1 > x - \dfrac{3}{2}$

両辺を6倍して

$x + 6 > 6x - 9$

$x - 6x > -9 - 6$

$-5x > -15$

$\underline{\underline{x < 3}}$

(4) $(2\sqrt{3} + 1)(2\sqrt{3} + 3)$

$= (2\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} \times 3 + 1 \times 2\sqrt{3} + 1 \times 3$

$= (2\sqrt{3})^2 + 6\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 3$

$= 12 + 6\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 3$

$= \underline{\underline{15 + 8\sqrt{3}}}$

(5) $3x^2 + 4x - 4 = 0$

$(3x-2)(x+2) = 0$

$x = \underline{\underline{\dfrac{2}{3},\ -2}}$

$$\begin{array}{ccrcr} 3 & \times & -2 & \rightarrow & -2 \\ 1 & & 2 & \rightarrow & 6 \\ \hline & & & & 4 \end{array}$$

平成18年度　秋季県下一斉学力テスト $\boxed{\text{S I }\beta}$ 解答 No. 1

β共通問題　**方程式と不等式**

(1) $(a-b+1)(a+b-1)$
$= \{a-(b-1)\}\{a+(b-1)\}$
$= a^2-(b-1)^2$
$= \underline{\underline{a^2-b^2+2b-1}}$

(2) $xy-3x+y^2-9$
$= x(y-3)+(y+3)(y-3)$
$= \underline{\underline{(y-3)(x+y+3)}}$

(3) $\dfrac{x-1}{4}+\dfrac{2-x}{3} \geqq 1$
両辺に 12をかけて
$3(x-1)+4(2-x) \geqq 12$
$-x+5 \geqq 12$
$\underline{\underline{x \leqq -7}}$

(4) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

$= \dfrac{\sqrt{2}(\sqrt{5}-\sqrt{3})+\sqrt{2}(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$

$= \dfrac{2\sqrt{10}}{2} = \underline{\underline{\sqrt{10}}}$

(5) $3a^2\times(-2ab^2)^3\times a^3b$
$= 3a^2\times(-8a^3b^6)\times a^3b$
$= \underline{\underline{-24a^8b^7}}$

(6) $2x^2+8x+3=0$ より
$x = \dfrac{-4\pm\sqrt{4^2-2\cdot 3}}{2} = \underline{\underline{\dfrac{-4\pm\sqrt{10}}{2}}}$

(7) $x=1+\sqrt{3}$ を与式に代入すると，
$(1+\sqrt{3})^2-2\sqrt{3}(1+\sqrt{3})+a = \underline{0}$ より　△2
$a = \underline{2}$ △5
よって，与式は
$x^2-2\sqrt{3}x+2=0$
これを解いて
$x = \sqrt{3}\pm\sqrt{3-2} = \underline{\sqrt{3}\pm 1}$ △8
したがって，もう1つの解は $\sqrt{3}-1$
以上により $\underline{\underline{a=2,\ もう1つの解は\sqrt{3}-1}}$　⑩

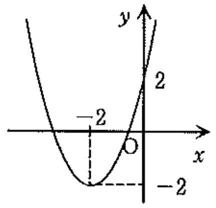
(8)(i) $x<1$ のとき
$x-1<0,\ x-4<0$ より
$|x-1|+|x-4| = -(x-1)\underline{-(x-4)}$ △3
$= \underline{\underline{-2x+5}}$　⑤

(8)(ii) $1<x<4$ のとき
$x-1>0,\ x-4<0$ より
$|x-1|+|x-4| = (x-1)\underline{-(x-4)}$ △3
$= \underline{\underline{3}}$　⑤

β選択問題

［β−1］ 2次関数

(1) $y=(x+2)^2-2$ のグラフの頂点の座標は $(-2,\ -2)$ で y 軸と点 $(0,\ 2)$ で交わるから求めるグラフは右図のようになる。



(2) $y=x^2+5x+m$ のグラフが x 軸と接するには
$D=0$ となればよいから
$5^2-4m=0$
よって，$\underline{\underline{m=\dfrac{25}{4}}}$

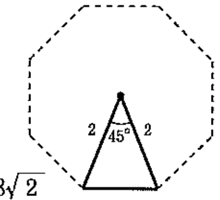
(3) $x^2-3x-5>0$
$x^2-3x-5=0$ とおくと
$x = \dfrac{3\pm\sqrt{(-3)^2-4\cdot(-5)}}{2} = \dfrac{3\pm\sqrt{29}}{2}$
よって，$\underline{\underline{x<\dfrac{3-\sqrt{29}}{2},\ \dfrac{3+\sqrt{29}}{2}<x}}$

(4) 2次関数 $y=ax^2+bx+c$ において，
3点 $(0,\ 2)$，$(1,\ 4)$，$(4,\ -2)$ を通るから
$$\begin{cases} 2=c & \cdots\cdots ① \\ 4=a+b+c & \cdots\cdots ② \\ -2=16a+4b+c & \cdots\cdots ③ \end{cases}$$
①，②，③ より
$\underline{\underline{a=-1,\ b=3,\ c=2}}$

(5) $y=2x^2$ のグラフを x 軸方向に k
y 軸方向に 5 だけ平行移動させたグラフを表す2次関数は
$y=2(x-k)^2+5$ とかける。
これが点 $(1,\ 13)$ を通るので
$13=2(1-k)^2+5$
これを解いて　$\underline{\underline{k=3,\ -1}}$

［β−2］ 図形と計量

(1) 求める正八角形の面積は，右図の実線の三角形の面積を 8倍して得られるから



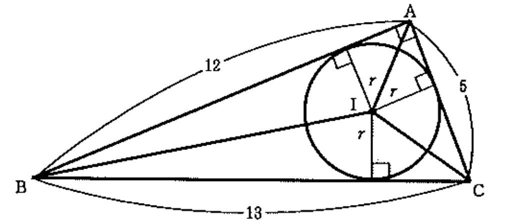
$8\times\left(\dfrac{1}{2}\times2\times2\times\sin 45^\circ\right) = \underline{\underline{8\sqrt{2}}}$

(2) 1回転させてできる立体は，底面が半径5の円で，高さが 12 の円すいであるから，
求める体積は
$\dfrac{1}{3}\cdot\pi\cdot5^2\cdot12 = \underline{\underline{100\pi}}$

(3) △CDB において
$\tan 45^\circ = \dfrac{3}{DB}$ より
$DB=3$
△ABC において
$\tan 30^\circ = \dfrac{3}{AB}$ より
$AB=3\sqrt{3}$
よって
$AD = AB-DB = \underline{\underline{3\sqrt{3}-3}}$

(4) $AB=CD=3$，$\angle BCD = 120^\circ$
△BCD に余弦定理を用いて
$BD^2 = BC^2+CD^2-2\cdot BC\cdot CD\cdot\cos\angle BCD$
$= 5^2+3^2-2\cdot5\cdot3\cdot\cos 120^\circ$
$= 49$
$BD>0$ より　$\underline{\underline{BD=7}}$

(5) △ABC において，底辺を ABと考えると，
高さは CA であるから，その面積は
$\triangle ABC = \dfrac{1}{2}\times12\times5 = 30$ … ①
一方，内心を I，内接円の半径を r とすると，



$\triangle ABC = \triangle IBC+\triangle ICA+\triangle IAB$
$= \dfrac{1}{2}\times13\times r+\dfrac{1}{2}\times5\times r+\dfrac{1}{2}\times12\times r$
$= 15r$ … ②
①，② の値が等しいから
$15r=30$
よって $r=2$
ゆえに，求める内接円の半径は $\underline{\underline{2}}$

［β−3］ 平面図形

(1) △ADE ∽ △ABC であり，その面積比は $3^2:5^2$
よって △ADE と台形 DBCE の面積比は
$3^2:(5^2-3^2) = \underline{\underline{9:16}}$

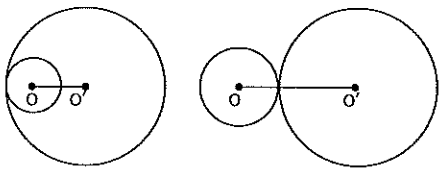
(2) AE に補助線を引く
円周角の定理より，
$\angle EAD = \angle EBD = 35^\circ$
$\angle AEB = \angle ADB = 30^\circ$
△ACE の内角の和が 180° であることから
$\angle EAD+\angle CAD+\angle ECA+\angle CEB+\angle AEB = 180^\circ$
$35^\circ+40^\circ+30^\circ+\alpha+30^\circ = 180^\circ$
よって，$\underline{\underline{\alpha=45^\circ}}$

(3) $CP=x$ とおけば，方べきの定理より
$5x = 4\times3$
よって $\underline{\underline{x=\dfrac{12}{5}}}$

平成18年度　秋季県下一斉学力テスト $\boxed{\mathrm{S\ I}\ \beta}$ 解答 No. 2

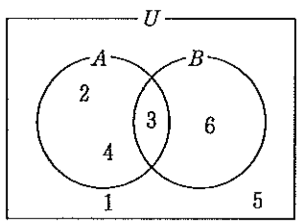
(4) $\angle ABC = 2\angle IBC$，$\angle ACB = 2\angle ICB$
△ABC の内角の和が 180° であることより
$50^\circ + 2(\angle IBC + \angle ICB) = 180^\circ$
$\angle IBC + \angle ICB = 65^\circ$
△IBC の内角の和が 180° であることより
$\alpha + \angle IBC + \angle ICB = 180^\circ$
$\alpha = 180^\circ - 65^\circ = \underline{\underline{115^\circ}}$

(5) $(3r-r) < 12 < (3r+r)$
すなわち　$2r < 12 < 4r$
が成り立てばよい。
$2r < 12$ より $r < 6$ …①
$12 < 4r$ より $3 < r$ …②
よって，①，②をともに満たす r の値の範囲は
$\underline{\underline{3 < r < 6}}$



[β −4] 集合と論理

(1)

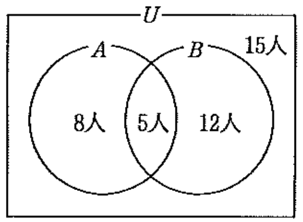


$\underline{\underline{\overline{A} \cup B = \{1,\ 3,\ 5,\ 6\}}}$

(2) $P = \{x \mid 0 < x < 2\}$
$Q = \{x \mid -3 < x < 3\}$ とおくと $P \subset Q$
よって $0 < x < 2$ は $-3 < x < 3$ であるための十分条件であるが必要条件ではない。よって，$\underline{\underline{(イ)}}$

(3) (ア)は「$x = 0$ かつ $y = 0$」
(イ)は「$x = 0$ または $y = 0$」
(ウ)は「$x = 0$ または $y = 1$」
(エ)は「$x = 0$ かつ $y = 0$」
よって，$\underline{\underline{(ア)と(エ)}}$

(4) 生徒全体の集合を U，国語が70点以上の生徒の集合をA，数学が70点以上の生徒の集合をBとする。国語または数学で70点以上の生徒は 40−15＝25（人）



よって国語も数学も70点以上の生徒は
(13+17)−25＝5（人）
よって国語が70点未満でかつ数学が70点以上の生徒は 17−5＝$\underline{\underline{12（人）}}$

(5) $\underline{\underline{「m \text{ または } n \text{ が偶数ならば，} mn \text{ は偶数である。」}}}$
また，その真偽は $\underline{\underline{真}}$

[β −5] 場合の数と確率

(1) 大きいさいころの目が a，小さいさいころの目が b のとき，$(a,\ b)$ と表すことにすると出る目の和が7になる場合は
(1，6)，(2，5)，(3，4)，(4，3)，(5，2)，(6，1) の
$\underline{\underline{6\ 通り}}$

(2) 百の位は4，5，6の3通り
十の位と，一の位は残り5つの数字から2つ選んで並べる順列であるから $_5P_2$ 通り
よって　$3 \times {}_5P_2 = \underline{\underline{60\ （個）}}$

(3) $\dfrac{{}_6C_2 \times {}_4C_1}{{}_{10}C_3} = \underline{\underline{\dfrac{1}{2}}}$

(4) それぞれの目が出る確率は下の表のようになる

目	1	2	3	5
確率	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

よって求める期待値は
$1 \times \dfrac{1}{6} + 2 \times \dfrac{1}{2} + 3 \times \dfrac{1}{6} + 5 \times \dfrac{1}{6} = \underline{\underline{\dfrac{5}{2}}}$

(5) a^5b^3 の項は二項定理より
${}_8C_5(2a)^5b^3 = 56 \cdot 32a^5b^3 = 1792a^5b^3$
よって，求める係数は $\underline{\underline{1792}}$

[β −6] 2次関数（2次不等式は除く）

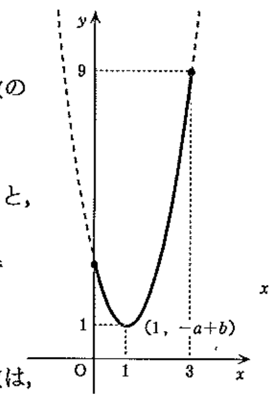
(1) $y = x^2 + 3x + 1$
$= \left(x + \dfrac{3}{2}\right)^2 - \dfrac{5}{4}$
よって，グラフの頂点の座標は $\underline{\underline{\left(-\dfrac{3}{2},\ -\dfrac{5}{4}\right)}}$

(2) 2次関数 $y = (x-p)^2 + q$ のグラフの軸は，
直線 $x = p$ なので $p = 3$
したがって $y = (x-3)^2 + q$
これが点 (1，0) を通るから
$0 = (1-3)^2 + q$
$q = -4$
ゆえに　$\underline{\underline{p = 3,\ q = -4}}$

(3) グラフが上に凸の放物線なので $a < 0$
y 切片が負なので $c < 0$
$x = 1$ のとき $y < 0$ より $a + b + c < 0$
よって $\underline{\underline{①－\quad ②－\quad ③－}}$

(4) グラフの頂点の座標は (5，3) だから，
移動後の頂点の座標は
(5+1，3−2)＝(6，1)
よって，求める2次関数は
$\underline{\underline{y = -(x-6)^2 + 1}}$
$[y = -x^2 + 12x - 35$ も可$]$

(5) $y = ax^2 - 2ax + b$
$= a(x-1)^2 - a + b$
したがって，この2次関数のグラフの軸は直線 $x = 1$，
頂点は点 $(1,\ -a+b)$
である。$a > 0$ であることと，
$0 \leqq x \leqq 3$ における
最大値が9，最小値が1であることから，グラフは右図のようになる。

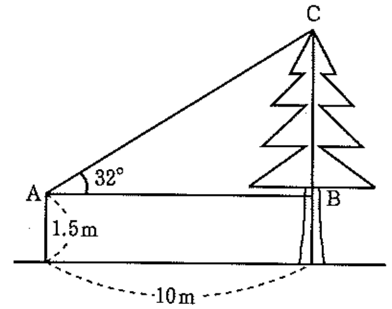


したがって，この2次関数は，
$x = 3$ のとき，
最大値9をとるから
$a \cdot 3^2 - 2a \cdot 3 + b = 9$
よって　$3a + b = 9$ …①
$x = 1$ のとき，最小値1をとるから
$-a + b = 1$ …②
①，②より　$\underline{\underline{a = 2,\ b = 3}}$

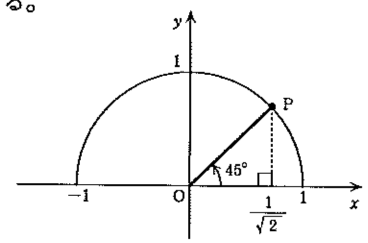
[β −7] 図形と計量

（正弦定理，余弦定理，図形の計量は除く）

(1) 下図において，BC の長さを小数第2位で四捨五入して小数第1位まで求めると
$BC = AB \tan 32^\circ$
$= 10 \times 0.6249 = 6.249 \doteqdot 6.2$
よって，木の高さは $6.2 + 1.5 = \underline{\underline{7.7\ \ (m)}}$



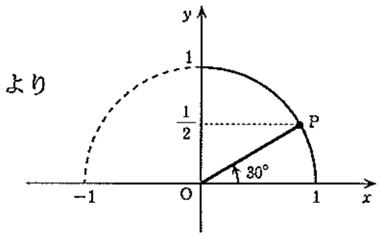
(2) 単位円の周上で，x 座標が $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ となる点は，
図の点Pである。
したがって，
求める角 θ は
$\underline{\underline{\theta = 45^\circ}}$



(3) $(3\sin\theta - 4\cos)^2 + (4\sin\theta + 3\cos\theta)^2$
$= 9\sin^2\theta - 24\sin\theta\cos\theta + 16\cos^2\theta$
$\quad + 16\sin^2\theta + 24\sin\theta\cos\theta + 9\cos^2\theta$
$= 25(\sin^2\theta + \cos^2\theta) = \underline{\underline{25}}$

(4) $1 + \tan^2\theta = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$ より
$\cos^2\theta = \dfrac{1}{1 + \tan^2\theta} = \dfrac{1}{5}$
$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta = \dfrac{4}{5}$
$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ の範囲では $\sin\theta \geqq 0$ であるから
$\sin\theta = \underline{\underline{\dfrac{2\sqrt{5}}{5}}}$

(5) $4\sin^2\theta-4\sin\theta+1=0$ より，
$(2\sin\theta-1)^2=0$
$\sin\theta=\dfrac{1}{2}$
$0^\circ \leqq \theta \leqq 90^\circ$ より
$\theta=\underline{\underline{30^\circ}}$



[β−8] 場合の数と確率（確率は除く）

(1) $n(n-1)=56$ より $n^2-n-56=0$
$(n-8)(n+7)=0$
$n>0$ より
$\underline{\underline{n=8}}$

(2) $108=2^2\times3^3$
よって正の約数の個数は $3\times4=\underline{\underline{12}}$ (個)

(3) 先に男子を座らせて，女子を残りの6つの場所に自由に座らせる。これは6人を1列に並べる順列と等しいので $6!=\underline{\underline{720}}$ (通り)

(4) 図の上で，右に進むことを→，上に進むことを↑で表すと，AからCに最短距離で行く経路の総数は，3個の→と，4個の↑を1列に並べる順列の総数に等しい。
したがって，その総数は $\dfrac{7!}{3!\,4!}=35$ (通り)
そのそれぞれについて，CからBまで最短距離で行く経路の総数は，上と同様に考えて
$\dfrac{4!}{2!\,2!}=6$ (通り)
ずつある。したがって，求める最短距離の総数は，積の法則により　$35\times6=\underline{\underline{210}}$ (通り)

(5) 底面の色を決める方法は5色から1色選ぶので5通り。
残り4面の塗り方は残りの4色で塗り分ける円順列であるから3!通り。
よって $5\times3!=\underline{\underline{30}}$ (通り)