



平成 18 年 11 月 14 日 実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

数 学 学 力 テ ス ト

(時間 50 分)

(無断転載を禁じます)

第	学年	組	番	氏 名	
---	----	---	---	--------	--

注 意 事 項

1. 解答用紙はこの問題用紙にはさんであります。
2. SII α または SII β のうち、学校で指定されたいずれか一方を解答して下さい。
 - SII α は、1 頁～7 頁に印刷してあります。
[$\alpha - 1$] から [$\alpha - 16$] までの 16 群のうちから、学校で指定された 4 群を解答して下さい。
 - SII β は、8 頁～13 頁に印刷してあります。
β 選択問題 については [$\beta - 1$] から [$\beta - 10$] までの 10 群のうちから、学校で指定された 2 群を解答して下さい。
3. 解答はすべて解答用紙に記入して下さい。
ただし、SII β を解答する場合は、指定された 2 群の番号を、下欄および解答用紙の選択番号欄に番号順に記入して下さい。
 $\beta - \square$, $\beta - \square$ ← SII β の選択番号
4. 解答用紙の記入する欄を間違えないように注意して下さい。

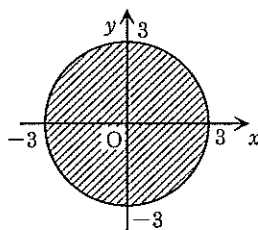
S II α 学 力 テ ス ト

[α-1] 式と証明・高次方程式 (この選択群で使用している i は虚数単位とする)

- (1) $\frac{x^2+x}{x^2-1}$ を簡単にせよ。
- (2) $(2+3i)^2$ を計算せよ。
- (3) x の整式 x^3+2x^2-3x+a が $x+2$ で割り切れるとき、定数 a の値を求めよ。
- (4) 2次方程式 $x^2-2x+3k=0$ が異なる2つの実数解をもつように、定数 k の値の範囲を定めよ。
- (5) 等式 $a(2x+1)+b(2x-1)=2$ が x についての恒等式となるように、定数 a, b の値を定めよ。

[α-2] 図形と方程式

- (1) 2点 $A(1, 0), B(4, 2)$ 間の距離 AB を求めよ。
- (2) 2点 $A(2, 3), B(6, 7)$ を結ぶ線分 AB を $1:3$ の比に内分する点の座標を求めよ。
- (3) 点 $(1, 5)$ を通り、傾き 3 の直線の方程式を求めよ。
- (4) 下図の斜線部分の領域を表す不等式を求めよ。
ただし、この領域は境界線を含むものとする。



- (5) 2点 $A(2, 1), B(0, 3)$ に対して、等式 $AP = BP$ を満たす点 P の軌跡の方程式を求めよ。

[α-3] 三角関数

- (1) 270° を弧度法で表せ。
- (2) $\sin(-45^\circ)$ の値を求めよ。
- (3) 条件 $\sin \theta < 0, \cos \theta < 0$ を同時に満たす角 θ は第何象限の角か。
- (4) θ が第4象限の角で $\cos \theta = \frac{2}{3}$ のとき、 $\sin \theta$ の値を求めよ。
- (5) 加法定理を利用して、 $\cos 15^\circ$ の値を求めよ。

[$\alpha-4$] 指数関数・対数関数

- (1) $\sqrt[3]{125}$ の値を求めよ。
- (2) 方程式 $2^x = 64$ を解け。
- (3) $\log_3 27$ の値を求めよ。
- (4) $\log_2 12 - \log_2 3$ を計算せよ。
- (5) 方程式 $\log_4(x+6) = 2$ を解け。

[$\alpha-5$] 微分・積分の考え

- (1) 極限値 $\lim_{x \rightarrow 2}(x+3)$ を求めよ。
- (2) 関数 $y = x^3 - 6x^2 - 2$ を微分せよ。
- (3) 放物線 $y = x^2 + 1$ 上の点 $(1, 2)$ における接線の方程式を求めよ。
- (4) 不定積分 $\int (x^2 - 4x + 1)dx$ を求めよ。ただし、積分定数として C を用いよ。
- (5) 定積分 $\int_2^4 (x-4)dx$ の値を求めよ。

[$\alpha-6$] 式と証明・高次方程式 (等式の証明、不等式の証明は除く)

(この選択群で使用している i は虚数単位とする)

- (1) $\sqrt{-2} \times \sqrt{-8}$ を計算せよ。
- (2) 2次方程式 $x^2 + 3x + 3 = 0$ を解け。
- (3) 2次方程式 $x^2 + 2x + 4 = 0$ の2つの解を α, β とするとき、 $\alpha + \beta + \alpha\beta$ の値を求めよ。
- (4) 整式 $x^3 + 4x^2 + x - 6$ を因数分解せよ。
- (5) 等式 $(x-2) + (2x+y)i = 0$ を満たす実数 x, y の値を求めよ。

[$\alpha-7$] **図形と方程式** (軌跡と領域は除く)

- (1) x 軸に関して、点 $A(-3, 2)$ と対称な点 B の座標を求めよ。
- (2) 3点 $A(1, 3)$, $B(5, 1)$, $C(-3, 2)$ を頂点とする $\triangle ABC$ の重心の座標を求めよ。
- (3) 点 $(-3, 3)$ を通り、直線 $y = -3x + 1$ に垂直な直線の方程式を求めよ。
- (4) 中心が点 $(1, -2)$ 、半径が 10 である円の方程式を求めよ。
- (5) 3点 $O(0, 0)$, $A(-1, 3)$, $B(-4, 2)$ を通る円の方程式を求めよ。

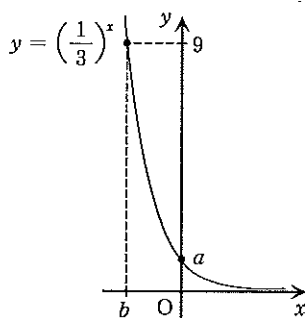
[$\alpha-8$] **三角関数** (加法定理は除く)

- (1) 315° の角の表す動径と同じ位置にあるものを次の (ア) ~ (エ) の中から 1 つ選び記号で答えよ。
(ア) 135° (イ) -105° (ウ) -45° (エ) 45°
- (2) 弧の長さが 3π 、半径が 4 の扇形の面積を求めよ。
- (3) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、等式 $\tan \theta = 1$ を満たす θ の値を求めよ。
- (4) 関数 $y = -\frac{1}{2} \sin \theta$ の最小値を求めよ。
- (5) $\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2}$ のとき、 $(\sin \theta + \cos \theta)^2$ の値を求めよ。

[$\alpha-9$] **指数関数・対数関数** (対数関数は除く)

- (1) $3^{\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{7}{3}}$ を計算せよ。
- (2) $\sqrt[4]{48} \div \sqrt[4]{3}$ を計算せよ。
- (3) 不等式 $2^{3x} > 16$ を解け。
- (4) 次の 3 つの数の大小を調べ、小さい順に左から並べよ。
 5^3 , $5^{\frac{3}{5}}$, $5^{\frac{1}{3}}$
- (5) 右図は関数 $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ のグラフである。

実数 a, b の値を求めよ。



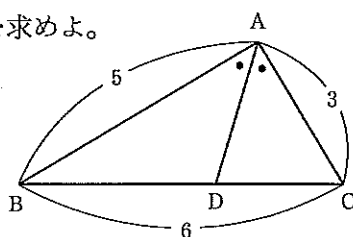
[$\alpha - 10$] 平面図形

- (1) 三角形において、3つの内角の二等分線は1点で交わる。この交点を何というか、次の語群より選び、記号で答えよ。

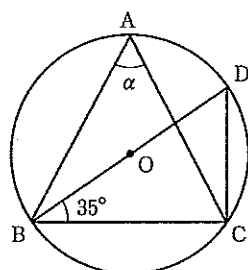
語群 [a 外心, b 内心, c 重心]

- (2) 右図のように、 $\triangle ABC$ の $\angle A$ の二等分線と辺 BC の交点を D とする。

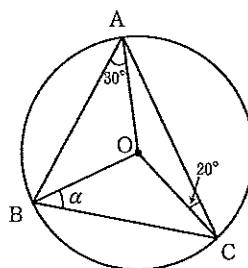
$AB = 5$, $BC = 6$, $CA = 3$ のとき、線分 CD の長さを求めよ。



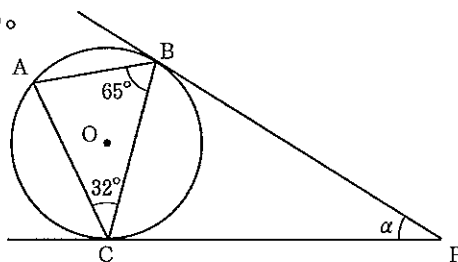
- (3) 右図のように、 $\triangle ABC$ と $\triangle BCD$ は BD を直径とする円 O に内接している。 $\angle CBD = 35^\circ$ のとき、角 α の大きさを求めよ。



- (4) 右図のように、 $\triangle ABC$ が円 O に内接している。 $\angle OAB = 30^\circ$, $\angle OCA = 20^\circ$ とするとき、角 α の大きさを求めよ。



- (5) 右図のように、 $\angle ABC = 65^\circ$, $\angle BCA = 32^\circ$ の $\triangle ABC$ が円 O に内接している。また点 B と点 C における円 O の接線の交点を P とする。このとき、角 α の大きさを求めよ。



[$\alpha-11$] 集合と論理

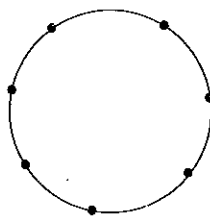
- (1) 集合 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, 集合 $B = \{3, 6, 9\}$ のとき, 集合 $A \cap B$ を要素を書き並べる方法で表せ。
- (2) 100 以下の自然数のうち, 5 の倍数または 7 の倍数である数の個数を求めよ。
- (3) 次の (ア) ~ (エ) の命題の中から, 真であるものを 2 つ選び, 記号で答えよ。
ただし, 文字はすべて実数とする。
(ア) $x^2 - x - 2 = 0$ ならば, $x = -1$ である。
(イ) $am = bm$ ならば, $a = b$ である。
(ウ) $a^2 + b^2 = 0$ ならば, $a = b = 0$ である。
(エ) $1 < x < 2$ ならば, $0 < x < 3$ である。
- (4) 次の () に適するものを, 下の (ア) ~ (エ) の中から選び, 記号で答えよ。
「 $x = 5$ は $x^2 = 25$ であるための () 。」
(ア) 必要条件であるが十分条件ではない
(イ) 十分条件であるが必要条件ではない
(ウ) 必要十分条件である
(エ) 必要条件でも十分条件でもない
- (5) n は自然数とする。命題「 n が偶数ならば, n^2 は偶数である。」の対偶を述べよ。

[$\alpha-12$] 場合の数と確率

- (1) 大小 2 個のさいころを同時に投げるとき, 出る目の和が 7 になる場合は何通りあるか。
- (2) $(p+q+r)(x+y+z+w)$ を展開したとき, 項の数はいくつあるか。
- (3) 男子 5 人, 女子 6 人の中から 2 人の委員を選ぶとき, 男女が 1 人ずつ選ばれる場合は何通りあるか。
- (4) 当たりくじが 2 本入っている 10 本のくじがある。この中からくじを 1 本引くとき, それが当たりくじである確率を求めよ。
- (5) 白球 6 個と赤球 4 個が入っている袋から同時に 3 個の球を取り出すとき, 白球 2 個と赤球 1 個が出る確率を求めよ。

[α-13] 場合の数と確率 (確率は除く)

- (1) ${}_6P_2$ の値を求めよ。
- (2) A, B, C, D, E の 5 人が 1 列に並ぶとき, その並び方は何通りあるか。
- (3) 円周上に 7 個の点がある。その中の 3 点を結んでできる三角形は何個あるか。



- (4) 54 の正の約数の個数を求めよ。
- (5) a, a, b, b の 4 個の文字を 1 列に並べるとき, 並べ方は何通りあるか。

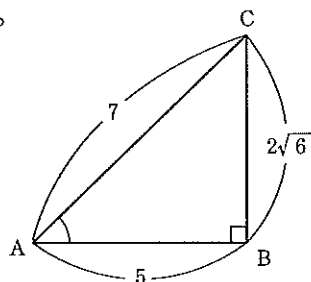
[α-14] 方程式と不等式

- (1) $(2x+1)(2x-1)(4x^2+1)$ を展開せよ。
- (2) x^3-11x^2+30x を因数分解せよ。
- (3) 不等式 $0.6x+2 < 0.8x+1$ を解け。
- (4) $\sqrt{20} + \frac{20}{\sqrt{5}} - 3\sqrt{5}$ を計算せよ。
- (5) $x=2$ が 2 次方程式 $x^2+x+a=0$ の解であるとき, 定数 a の値を求めよ。
また, $x=2$ 以外のもう 1 つの解を求めよ。

[α-15] 2 次関数

- (1) 2 次関数 $y=x^2$ のグラフを x 軸方向に 2, y 軸方向に 3 だけ平行移動したグラフを表す 2 次関数を次の (ア) ~ (イ) の中から 1 つ選び記号で答えよ。
 (ア) $y=(x+2)^2+3$ (イ) $y=(x-2)^2+3$
 (ウ) $y=(x+2)^2-3$ (エ) $y=(x-2)^2-3$
- (2) 2 次関数 $y=-(x-2)^2-4$ のグラフについて, 頂点の座標を求めよ。
- (3) 2 次関数 $y=x^2-5x-24$ のグラフと x 軸との共有点の x 座標を求めよ。
- (4) 2 次関数 $y=x^2-2x-2$ の $0 \leq x \leq 3$ における最小値を求めよ。
- (5) 2 次不等式 $(x+1)(x-2) < 0$ を解け。

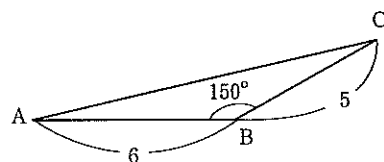
- (1) 右図の直角三角形 ABC について、 $\cos A$ の値を求めよ。



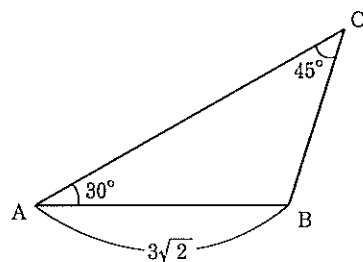
- (2) $\cos 30^\circ \times \tan 150^\circ$ の値を求めよ。

- (3) $\sin^2 60^\circ + \cos^2 60^\circ$ の値を求めよ。

- (4) 右図の $\triangle ABC$ において、 $AB = 6$ 、 $BC = 5$ 、 $\angle B = 150^\circ$ のとき、 $\triangle ABC$ の面積を求めよ。



- (5) 右図の $\triangle ABC$ において、 $\angle A = 30^\circ$ 、 $\angle C = 45^\circ$ 、 $AB = 3\sqrt{2}$ のとき、辺 BC の長さを求めよ。

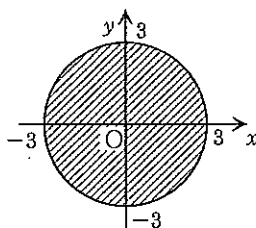


S II β 学 力 テ ス ト

β 共通問題

次の問いに答えよ。(ここで使用している i は虚数単位とする)

- (1) $\frac{a^2-4}{a+1} \div \frac{a+2}{a^2-1}$ を計算せよ。
- (2) $\alpha = 2+i$ とするとき、 α^4 の値を求めよ。
- (3) 2次方程式 $x^2-6x+m=0$ において、2つの解の比が $1:2$ であるとき、定数 m の値を求めよ。
- (4) 下図の斜線部分の領域を表す不等式を求めよ。
ただし、この領域は境界線を含むものとする。



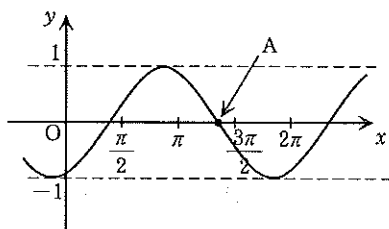
- (5) 2点 $A(2, 1)$, $B(0, 3)$ に対して、等式 $AP = BP$ を満たす点 P の軌跡の方程式を求めよ。
- (6) 方程式 $x^2+y^2-2x+4y+k=0$ が円を表すとき、定数 k のとりうる値の範囲を求めよ。
- (7) 不等式 $a^2+b^2 \geq 6a+4b-13$ …… ① について、次の問いに答えよ。
ただし、 a, b は実数とする。
 - (ア) 不等式 ① を証明せよ。(途中経過を書け)
 - (イ) 不等式 ① の等号が成り立つとき、 a, b の値を求めよ。
- (8) 次の問いに答えよ。
 - (ア) 円 $x^2+y^2=25$ と直線 $y=2x+5$ の共有点の座標を求めよ。
 - (イ) 円 $x^2+y^2=25$ と直線 $y=2x+k$ が共有点をもつとき、定数 k のとりうる値の範囲を求めよ。(途中経過を書け)

β 選択問題

$[\beta-1]$ から $[\beta-10]$ までの10群のうち、学校で指定された2群を解答すること。

$[\beta-1]$ **三角関数**

- (1) $\cos\left(-\frac{8\pi}{3}\right)$ の値を求めよ。
- (2) θ が第3象限の角で、 $\tan \theta = \sqrt{5}$ のとき、 $\cos \theta$ の値を求めよ。
- (3) $\alpha = \frac{\pi}{6} - \beta$ のとき、 $\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ の値を求めよ。
- (4) 関数 $y = \sin x + 2 \cos x$ の値域を求めよ。
- (5) 下図は関数 $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ のグラフの一部である。
点 A の x 座標を求めよ。



$[\beta-2]$ **指数関数・対数関数**

- (1) $27^{\frac{2}{3}}$ の値を求めよ。
- (2) 不等式 $2^{2x+1} \leq 8$ を解け。
- (3) $3 \log_{10} 5 + \log_{10} 18 - 2 \log_{10} 15$ を計算せよ。
- (4) $\log_{10} 2 = a$, $\log_{10} 3 = b$ のとき、 $\log_5 12$ を a , b で表せ。
- (5) 方程式 $\log_2 x + \log_2(x-3) = 2$ を解け。

[β-3] 微分・積分の考え

- (1) 関数 $f(x) = x^2 + ax + b$ が $f(2) = -3$, $f'(2) = 5$ を満たすとき、定数 a , b の値を求めよ。
- (2) 定積分 $\int_{-1}^1 (-x^2 + 4x + 2) dx$ の値を求めよ。
- (3) 放物線 $y = x^2$ と直線 $y = 2x$ とで囲まれた部分の面積を求めよ。
- (4) 曲線 $y = 2x^2 - 3x + 2$ について、傾きが 5 の接線の方程式を求めよ。
- (5) 関数 $y = x^3 - 3x^2$ の極小値とそのときの x の値を求めよ。

[β-4] 式と証明・高次方程式 (この選択群で使用している i は虚数単位とする)

- (1) 2 次方程式 $x^2 - 5x + 2 = 0$ の 2 つの解を α , β とするとき、 $\alpha^2 + \beta^2$ の値を求めよ。
- (2) 方程式 $x^3 + 4x^2 + x - 6 = 0$ を解け。
- (3) 2 次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の 1 つの解が $2+i$ であるとき、実数 a , b の値を求めよ。
- (4) 整式 $x^3 + 2x^2 + ax + b$ が、 $x+1$ でも $x-1$ でも割り切れるとき、定数 a , b の値を求めよ。
- (5) 等式 $\frac{1}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{a}{2x-1} + \frac{b}{2x+1}$ が、 x についての恒等式となるように定数 a , b の値を定めよ。

[β-5] 図形と方程式 (軌跡と領域を除く)

- (1) 点 $(-2, -5)$ を通り、直線 $2x + y - 1 = 0$ に平行な直線の方程式を求めよ。
- (2) 3 点 $O(0, 0)$, $A(0, 4)$, $B(6, 0)$ を通る円の方程式を求めよ。
- (3) 3 点 $A(1, 3)$, $B(5, 1)$, $C(0, 2)$ を頂点とする $\triangle ABC$ の重心が直線 $y = 2x + k$ 上にあるとき、定数 k の値を求めよ。
- (4) 2 点 $(4, 0)$, $(0, 2)$ を結ぶ線分の垂直二等分線の方程式を求めよ。
- (5) 円 $x^2 + y^2 = k$ と直線 $y = x + 2$ が接するとき、定数 k の値を求めよ。

[β-6] **三角関数** (加法定理を除く)

(1) 次の値の中で最も大きいものを選び、記号で答えよ。

(ア) $\cos 50^\circ$ (イ) $\cos 150^\circ$ (ウ) $\cos 250^\circ$ (エ) $\cos 350^\circ$

(2) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、方程式 $\sin^2 \theta = 1$ を解け。

(3) 関数 $y = \cos\left(3\theta - \frac{\pi}{3}\right)$ の周期を求めよ。

(4) $\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2}$ のとき、 $(\sin \theta + \cos \theta)^2$ の値を求めよ。

(5) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、不等式 $\sin \theta \leq -\frac{1}{2}$ を解け。

[β-7] **指数関数・対数関数** (対数関数を除く)

(1) $\sqrt[4]{4} \div \sqrt[4]{3} \times \sqrt[4]{12}$ を計算せよ。

(2) $27^{\frac{1}{6}} \times 9^{\frac{1}{3}} \div 3^{\frac{1}{6}}$ を計算せよ。

(3) 方程式 $2^{x^2-5x+9} = 8$ を解け。

(4) 次の3つの数の大小を調べ、小さい順に左から並べよ。

$$9^{\frac{3}{2}}, \sqrt[5]{27}, (\sqrt{3})^{\frac{2}{3}}$$

(5) $5^x + 5^{-x} = 4$ のとき、 $5^{2x} + 5^{-2x}$ の値を求めよ。

[$\beta-8$] 微分・積分の考え (積分を除く)

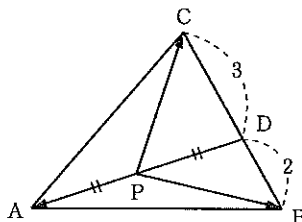
- (1) 関数 $f(x) = x^2 + 2x$ において、 x の値が -1 から 2 まで変化するとき、 $f(x)$ の平均変化率を求めよ。
- (2) 極限值 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 4h}{h}$ を求めよ。
- (3) 放物線 $y = 2x^2 + 1$ 上の x 座標が -1 である点における接線の方程式を求めよ。
- (4) 2次関数 $f(x) = ax^2 + b$ が等式 $f(x) + 2f'(x) = 3x^2 + 12x + 5$ を満たすとき、定数 a, b の値を求めよ。
- (5) 関数 $f(x) = 2x^3 - 6x + 3$ の $-2 \leq x \leq 0$ における最大値と、そのときの x の値を求めよ。

[$\beta-9$] 数 列

- (1) 初項が 3 、第 5 項が 19 である等差数列の公差を求めよ。
- (2) 第 2 項が 6 、第 4 項が 54 で、公比が負の数である等比数列がある。この数列の第 5 項を求めよ。
- (3) 2 桁の自然数のうち、 5 で割ると 1 余る数の和を求めよ。
- (4) $\sum_{k=1}^9 (k^2 - 6k)$ を求めよ。
- (5) 階差数列を利用して、数列 $3, 4, 6, 10, 18, 34, \dots$ の一般項 a_n を求めよ。

[β-10] ベクトル

- (1) 2つのベクトル $\vec{a} = (x+2, -6)$, $\vec{b} = (3, x)$ が垂直になるように、定数 x の値を定めよ。
- (2) $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 1$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$ のとき, $|\vec{a} + \vec{b}|$ の値を求めよ。
- (3) $\triangle ABC$ の辺 BC を $2:3$ の比に内分する点を D , 線分 AD の中点を P とする。このとき, $\overrightarrow{PA}$ を $\overrightarrow{PB}$, $\overrightarrow{PC}$ で表せ。



- (4) 2直線 $3x-2y+5=0$, $x-5y+1=0$ のなす角 θ を求めよ。
ただし, $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ とする。
- (5) 1辺の長さが3の立方体 $ABCD-EFGH$ において, 内積 $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{CA}$ の値を求めよ。

