平成18年度　秋季県下一斉学力テスト $\boxed{\text{S III}}$ 解答 No.1

数学 I | I型必修 | II型必修 | III型必修

【1】

(1) $x+y=2\sqrt{7}$, $xy=4$ より,

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$

$=28-8=20$

(2) $y=x^2-6x+1=(x-3)^2-8$ より,

頂点は点 (3, −8) である。

これは与えられた条件により点 (6, −10) へ移る。

よって，求める2次関数は $y=(x-6)^2-10$

〔$y=x^2-12x+26$　も可〕

【別解】

$y-(-2)=(x-3)^2-6(x-3)+1$ より,

$y=x^2-12x+26$

〔$y=(x-6)^2-10$　も可〕

数学 I | I型必修 | II型選択 | III型 ／　II型の選択は，次より2題選択【2a】【6b】【10a】【11a】

【2a】

(1) $x+1>3(x+1) \Leftrightarrow -2x>2$ より, $x<-1$

【別解】

$x+1>3(x+1) \Leftrightarrow 2(x+1)<0 \Leftrightarrow x+1<0$ より,

$x<-1$

(2) $\frac{1}{3}\cdot 2^2\cdot 5\cdot \pi+\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot 2^3\cdot\pi=\frac{36}{3}\pi=12\pi$

(3) 方程式 $x^2+4x+a=0$ の判別式を D とすると,

題意をみたすには $D<0$

$\frac{D}{4}=2^2-a<0$ より, $a>4$

数学 I | I型 ／ | II型 ／ | III型選択　III型の選択は，次より3題選択【2b】【6c】【10b】【11b】【14】【15】【16】

【2b】

(1) $\frac{1}{3}\cdot 2^2\cdot 5\cdot \pi+\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot 2^3\cdot\pi=\frac{36}{3}\pi=12\pi$

(2) 方程式 $x^2+4x+a=0$ の判別式を D とすると,

題意をみたすには $D<0$

$\frac{D}{4}=2^2-a<0$ より, $a>4$

数学 I | I型必修 | II型必修 | III型 ／

【3】

(i) BC $=x\,(x>0)$ とすれば，余弦定理により

$x^2=7^2+8^2-2\cdot 7\cdot 8\cos 120^\circ=169=13^2$

ゆえに, $x=13$ よって, BC $=13$

(ii) △ABC, △ABD, △ACD の面積を

それぞれ S, S_1, S_2 とすれば, $S=S_1+S_2$

ここで, AD $=y$ とすれば

$S=\frac{1}{2}\cdot 7\cdot 8\cdot\sin 120^\circ=14\sqrt{3}$　△3

$S_1=\frac{1}{2}\cdot 7\cdot y\cdot\sin 60^\circ=\frac{7\sqrt{3}}{4}y$

$S_2=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot y\cdot\sin 60^\circ=2\sqrt{3}\,y$

ゆえに $\frac{7\sqrt{3}}{4}y+2\sqrt{3}\,y=14\sqrt{3} \Leftrightarrow 15y=56$　△5

したがって $y=\frac{56}{15}$ よって AD $=\frac{56}{15}$　⑧

【別解】

AD は ∠A の内角の2等分線で,

AB : AC = 7 : 8 だから BD : DC = 7 : 8

(i)より, BD $=13\cdot\frac{7}{7+8}=\frac{91}{15}$　△3

△ABC において，余弦定理を用いれば

$\cos B=\frac{7^2+13^2-8^2}{2\cdot 7\cdot 13}=\frac{11}{13}$　△5

また, △ABD において，余弦定理を用いれば

$\mathrm{AD}^2=7^2+\left(\frac{91}{15}\right)^2-2\cdot 7\cdot\frac{91}{15}\cdot\frac{11}{13}$

$=7^2+\frac{7^2\cdot 13^2}{15^2}-\frac{7^2\cdot 22}{15}$

$=\frac{7^2}{15^2}(15^2+13^2-22\cdot 15)$

$=\frac{7^2}{15^2}\cdot 64=\frac{7^2\cdot 8^2}{15^2}=\left(\frac{56}{15}\right)^2$

よって, AD $=\frac{56}{15}$　⑧

数学 I | I型必修 | II型 ／ | III型 ／

【4】

(i) グラフと x 軸との共有点を A, B とし,

グラフの軸と x 軸との共有点を M とすれば,

グラフの対称性と与えられた条件により,

AM = BM = 6 ÷ 2 = 3

ここで, M の x 座標は1だから,

求める x 座標は, −2, 4

(ii) (i)より，求める2次関数は

$y=a(x+2)(x-4)$ と表せる　△4

この2次関数のグラフが頂点 (1, 9) を通るので,

$a(1+2)(1-4)=9$ より, $a=-1$

よって求める2次関数は,

$y=-(x+2)(x-4)$　⑧

$$\begin{bmatrix} y=-x^2+2x+8 \\ y=-(x-1)^2+9 \text{ も可} \end{bmatrix}$$

【別解】

求める2次関数は $y=a(x-1)^2+9$ と表せる　△4

(i)より，このグラフは点 (−2, 0) を通るから,

$0=a(-2-1)^2+9$ より, $a=-1$

よって求める2次関数は,

$y=-(x-1)^2+9$　⑧

$$\begin{bmatrix} y=-x^2+2x+8 \\ y=-(x+2)(x-4) \text{ も可} \end{bmatrix}$$

数学 I | I型選択 | II型 ／ | III型 ／　I型の選択は，次より1題選択【5】【6a】

【5】

(1) $x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot 2\cdot(-1)}}{2\cdot 2}=\frac{-5\pm\sqrt{33}}{4}$

(2) $(x+2)(x-4)<0$ よって, $-2<x<4$

(3) $\cos\theta=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ より, $\theta=150^\circ$

(4) $2x+3=\pm 5$ より, $x=-4,\ 1$

(5) $y=-(x-2)^2+4$ より,

最大値 4 ($x=2$ のとき)

数学 A | I型選択 | II型 ／ | III型 ／　I型の選択は，次より1題選択【5】【6a】

【6a】

(1) $n(A\cup\overline{B})=n(U)-n(A\cup B)+n(A)$

$=45-32+22=35$

(2) ①｜②｜③｜④｜⑤｜⑥｜⑦｜⑧

(1)　(2)　(3)　(4)　(5)　(6)　(7)

8個のリンゴを1列に並べたときにできる7個の場所に2個のしきりを入れ，しきりによって区切られたリンゴを左から順に3人に分配すると考えて, ${}_7C_2=21$ (通り)

(3) 展開式の一般項は,

${}_5C_r(2x^3)^{5-r}(-1)^r={}_5C_r\cdot 2^{5-r}(-1)^r\cdot x^{15-3r}$

ここで, x^9 の項は, $15-3r=9$ より, $r=2$

よって，求める係数は

${}_5C_2\cdot 2^3\cdot(-1)^2=80$

(4) 起こりうるすべての場合の数は, 3^4 通り

4人のうち，勝ち残る2人の選び方は, ${}_4C_2$ 通り

その2人はグー，チョキ，パーのいずれかで

勝つから，ちょうど2人が勝ち残るときの

場合の数は　$3\cdot{}_4C_2$ 通り

よって求める確率は, $\frac{3\cdot{}_4C_2}{3^4}=\frac{2}{9}$

(5) 硬貨を5回投げて表が x 回出たときに，点Pが

数直線上の −2 の位置にあるとすると,

$x\times 2+(5-x)\times(-1)=-2$

これを解いて, $x=1$

したがって，求める確率は, ${}_5C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{5}{32}$

平成18年度　秋季県下一斉学力テスト S III 解答 No. 2

数学A | I型 ／ | II型 選択 | III型 ／ |　II型の選択は，次より2題選択【2 a】【6 b】【10 a】【11 a】

【6 b】

(1) 展開式の一般項は，

$_5C_r(2x^3)^{5-r}(-1)^r = {}_5C_r \cdot 2^{5-r}(-1)^r \cdot x^{15-3r}$

ここで，x^9 の項は，$15-3r=9$ より，$r=2$

よって，求める係数は

$$_5C_2 \cdot 2^3 \cdot (-1)^2 = \underline{\underline{80}}$$

(2) 起こりうるすべての場合の数は，3^4 通り

4人のうち，勝ち残る2人の選び方は，$_4C_2$ 通り

その2人はグー，チョキ，パーのいずれかで

勝つから，ちょうど2人が勝ち残るときの

場合の数は　$3 \cdot {}_4C_2$ 通り

よって求める確率は，$\dfrac{3 \cdot {}_4C_2}{3^4} = \underline{\underline{\dfrac{2}{9}}}$

(3) 硬貨を5回投げて表が x 回出たときに，点Pが数直線上の -2 の位置にあるとすると，

$x \times 2 + (5-x) \times (-1) = -2$

これを解いて，$x=1$

したがって，求める確率は，$_5C_1\left(\dfrac{1}{2}\right)^1\left(\dfrac{1}{2}\right)^4 = \underline{\underline{\dfrac{5}{32}}}$

数学A | I型 ／ | II型 ／ | III型 選択 |　III型の選択は，次より3題選択【2 b】【6 c】【10 b】【11 b】【14】【15】【16】

【6 c】

(1) 起こりうるすべての場合の数は，3^4 通り

4人のうち，勝ち残る2人の選び方は，$_4C_2$ 通り

その2人はグー，チョキ，パーのいずれかで

勝つから，ちょうど2人が勝ち残るときの

場合の数は　$3 \cdot {}_4C_2$ 通り

よって求める確率は，$\dfrac{3 \cdot {}_4C_2}{3^4} = \underline{\underline{\dfrac{2}{9}}}$

(2) 硬貨を5回投げて表が x 回出たときに，点Pが数直線上の -2 の位置にあるとすると，

$x \times 2 + (5-x) \times (-1) = -2$

これを解いて，$x=1$

したがって，求める確率は，$_5C_1\left(\dfrac{1}{2}\right)^1\left(\dfrac{1}{2}\right)^4 = \underline{\underline{\dfrac{5}{32}}}$

数学II | I型 ／ | II型 必修 | III型 必修 |

【7】

$f(x) = x^3+x+2$ とおく，

$f(-1) = 0$ より，

$f(x)$ は $x+1$ を因数にもつので，

$f(x) = (x+1)(x^2-x+2)$

よって $f(x) = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x^2-x+2) = 0$

したがって，$\underline{\underline{x = -1,\ \dfrac{1 \pm \sqrt{7}\,i}{2}}}$

数学II | I型 ／ | II型 必修 | III型 ／ |

【8】

$\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x+1} < 9 \Leftrightarrow (3^{-1})^{x+1} < 9 \Leftrightarrow 3^{-x-1} < 3^2$

底3は1より大きいので，$-x-1 < 2$

よって，$\underline{\underline{x > -3}}$

数学II | I型 ／ | II型 必修 | III型 必修 |

【9】

(i) $y' = 2x+1$ より，

曲線 C 上の点 $(t,\ t^2+t+1)$ における

接線の傾きは，$2t+1$ である。

したがって，求める接線の方程式は

$y-(t^2+t+1) = \underline{(2t+1)(x-t)}$ 3

$\Leftrightarrow y = (2t+1)x - t^2 + 1 \cdots$ ①

この接線が原点を通るので，

$0 = -t^2+1$　　ゆえに　$t = \pm 1$

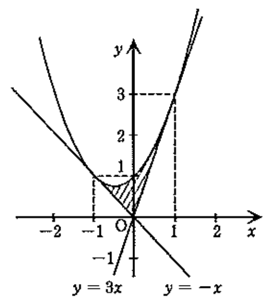
① に代入し，求める接線の方程式は，

$\underline{\underline{y = 3x,\ y = -x}}$ ⑦

(ii) (i)より接線は原点を通り，

接点は点 $(-1,\ 1)$ と

点 $(1,\ 3)$ である。



よって，求める面積は

$$S = \int_{-1}^{0}\{(x^2+x+1)-(-x)\}dx + \int_{0}^{1}\{(x^2+x+1)-3x\}dx \quad 4$$

$$= \int_{-1}^{0}(x^2+2x+1)dx + \int_{0}^{1}(x^2-2x+1)dx$$

$$= \left[\frac{1}{3}x^3+x^2+x\right]_{-1}^{0} + \left[\frac{1}{3}x^3-x^2+x\right]_{0}^{1}$$

$$= 0-\left(-\frac{1}{3}+1-1\right)+\left(\frac{1}{3}-1+1\right)-0 = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$ ⑧

数学II | I型 ／ | II型 選択 | III型 ／ |　II型の選択は，次より2題選択【2 a】【6 b】【10 a】【11 a】

【10 a】

(1) $(2+i)x+(2+3i)y = 2-i$

$\Leftrightarrow (2x+2y)+(x+3y)i = 2-i$

ここで，x，y は実数なので

$2x+2y = 2 \cdots$ ①，$x+3y = -1 \cdots$ ②

①，② を解いて，$\underline{\underline{x = 2,\ y = -1}}$

(2) 直線 $y = x+k$ より $x-y+k = 0 \cdots$ ①

円 $x^2+y^2 = \left(\sqrt{6}\right)^2 \cdots$ ②

直線 ① と円 ② が接するとき，

直線 ① から円 ② の中心までの距離は

② の半径 $\sqrt{6}$ だから，

$\dfrac{|0-0+k|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \sqrt{6} \Leftrightarrow |k| = 2\sqrt{3}$

よって，$\underline{\underline{k = \pm 2\sqrt{3}}}$

【別解】

$y = x+k \cdots$ ①，$x^2+y^2 = 6 \cdots$ ②

① を ② に代入して，$x^2+(x+k)^2 = 6$

$\Leftrightarrow 2x^2+2kx+k^2-6 = 0 \cdots$ ③

2次方程式 ③ の判別式を D とすると，

$\dfrac{D}{4} = k^2-2(k^2-6) = -k^2+12$

直線①と円②が接するとき，2次方程式③は重解をもつ

ゆえに，$\dfrac{D}{4} = 0 \Leftrightarrow -k^2+12 = 0 \Leftrightarrow k^2 = 12$

よって，$\underline{\underline{k = \pm 2\sqrt{3}}}$

(3) $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ より，

$\cos^2\alpha = 1-\sin^2\alpha = 1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{3}{4}$

ここで，α は第1象限の角なので，$\cos\alpha > 0$

ゆえに，$\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdots$ ①

同様にして，

$$\cos\beta = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdots ②$$

①，② を代入して，

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$$= \frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \underline{\underline{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}}}$$

数学II | I型 ／ | II型 ／ | III型 選択 |　III型の選択は，次より3題選択【2 b】【6 c】【10 b】【11 b】【14】【15】【16】

【10 b】

(1) 直線 $y = x+k$ より $x-y+k = 0 \cdots$ ①

円 $x^2+y^2 = \left(\sqrt{6}\right)^2 \cdots$ ②

直線 ① と円 ② が接するとき，

直線 ① から円 ② の中心までの距離は

② の半径 $\sqrt{6}$ だから，

$\dfrac{|0-0+k|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \sqrt{6} \Leftrightarrow |k| = 2\sqrt{3}$

よって，$\underline{\underline{k = \pm 2\sqrt{3}}}$

【別解】

$y = x+k \cdots$ ①，$x^2+y^2 = 6 \cdots$ ②

① を ② に代入して，$x^2+(x+k)^2 = 6$

$\Leftrightarrow 2x^2+2kx+k^2-6 = 0 \cdots$ ③

2次方程式 ③ の判別式を D とすると，

$\dfrac{D}{4} = k^2-2(k^2-6) = -k^2+12$

直線①と円②が接するとき，2次方程式③は重解をもつ

ゆえに，$\dfrac{D}{4} = 0 \Leftrightarrow -k^2+12 = 0 \Leftrightarrow k^2 = 12$

よって，$\underline{\underline{k = \pm 2\sqrt{3}}}$

(2) $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ より，

$\cos^2\alpha = 1-\sin^2\alpha = 1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{3}{4}$

ここで，α は第一象限の角なので，$\cos\alpha > 0$

ゆえに，$\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdots$ ①

同様にして，

$$\cos\beta = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdots ②$$

①，② を代入して，

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$$= \frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \underline{\underline{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}}}$$

平成18年度　秋季県下一斉学力テスト SⅢ 解答 No.3

数学B | Ⅰ型 | Ⅱ型選択 | Ⅲ型 | Ⅱ型の選択は，次より2題選択【2a】【6b】【10a】【11a】

【11a】

(1) 中心は与えられた2点を結ぶ線分の中点だから，その座標は

$\left(\dfrac{1-3}{2},\ \dfrac{2+6}{2},\ \dfrac{-3+1}{2}\right)$ より $(-1,\ 4,\ -1)$

半径は与えられた1点と中心との距離だから，

$\sqrt{(1+1)^2+(2-4)^2+(-3+1)^2}=\sqrt{12}$

よって，求める球面の方程式は

$\underline{\underline{(x+1)^2+(y-4)^2+(z+1)^2=12}}$

〔$x^2+y^2+z^2+2x-8y+2z+6=0$　も可〕

(2) 数列$\{a_n\}$ の階差数列を $\{b_n\}$ とすれば，

$b_n=a_{n+1}-a_n=2^n$ だから，

$n\geqq 2$ のとき，$a_n=a_1+\displaystyle\sum_{k=1}^{n-1}b_k=2+\sum_{k=1}^{n-1}2^k$

$=2+\dfrac{2(2^{n-1}-1)}{2-1}=2^n$

ここで，$n=1$ とすれば，

$a_1=2^1=2$ となり，$n=1$ のときも成立する。

よって，$n\geqq 1$ に対して，$\underline{\underline{a_n=2^n}}$

(3) $|2\vec{a}+3\vec{b}|^2=(2\vec{a}+3\vec{b})\cdot(2\vec{a}+3\vec{b})$

$=4|\vec{a}|^2+12\vec{a}\cdot\vec{b}+9|\vec{b}|^2$

$=4\cdot1^2+12\cdot(-1)+9\cdot2^2$

$=4-12+36=28$

ここで，$|2\vec{a}+3\vec{b}|\geqq 0$ だから，

$|2\vec{a}+3\vec{b}|=\sqrt{28}=\underline{\underline{2\sqrt{7}}}$

数学B | Ⅰ型 | Ⅱ型 | Ⅲ型選択 | Ⅲ型の選択は，次より3題選択【2b】【6c】【10b】【11b】【14】【15】【16】

【11b】

(1) 数列$\{a_n\}$ の階差数列を $\{b_n\}$ とすれば，

$b_n=a_{n+1}-a_n=2^n$ だから，

$n\geqq 2$ のとき，$a_n=a_1+\displaystyle\sum_{k=1}^{n-1}b_k=2+\sum_{k=1}^{n-1}2^k$

$=2+\dfrac{2(2^{n-1}-1)}{2-1}=2^n$

ここで，$n=1$ とすれば

$a_1=2^1=2$ となり，$n=1$ のときも成立する。

よって，$n\geqq 1$ に対して，$\underline{\underline{a_n=2^n}}$

(2) $|2\vec{a}+3\vec{b}|^2=(2\vec{a}+3\vec{b})\cdot(2\vec{a}+3\vec{b})$

$=4|\vec{a}|^2+12\vec{a}\cdot\vec{b}+9|\vec{b}|^2$

$=4\cdot1^2+12\cdot(-1)+9\cdot2^2$

$=4-12+36=28$

ここで，$|2\vec{a}+3\vec{b}|\geqq 0$ だから，

$|2\vec{a}+3\vec{b}|=\sqrt{28}=\underline{\underline{2\sqrt{7}}}$

数学Ⅲ | Ⅰ型 | Ⅱ型 | Ⅲ型必修

【12】

$y'=\dfrac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)'$

$=\dfrac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}\left(1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)$

$=\dfrac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}\cdot\dfrac{\sqrt{x^2+1}+x}{\sqrt{x^2+1}}$

$=\underline{\underline{\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}}}$

数学Ⅲ | Ⅰ型 | Ⅱ型 | Ⅲ型必修

【13】

(i) $\sin x=\cos 2x$ より，$\sin x=1-2\sin^2 x$ △3

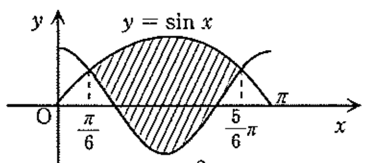
$2\sin^2 x+\sin x-1=0$

$(2\sin x-1)(\sin x+1)=0$

ここで $0\leqq x\leqq\pi$ だから，$\sin x=\dfrac{1}{2}$ △5

よって $\underline{\underline{x=\dfrac{\pi}{6},\ \dfrac{5}{6}\pi}}$ ⑦

(ii) $y=\sin x$ と $y=\cos 2x$ のグラフは下図



求める面積Sは上図の斜線部分だから，

$S=\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5}{6}\pi}(\sin x-\cos 2x)\,dx$ △3

$=\left[-\cos x-\dfrac{1}{2}\sin 2x\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5}{6}\pi}$ △6

$=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)-\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)$

$=\underline{\underline{\dfrac{3\sqrt{3}}{2}}}$ ⑧

【別解】

$S=2\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}(\sin x-\cos 2x)\,dx$ △3

$=2\left[-\cos x-\dfrac{1}{2}\sin 2x\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}$ △6

$=2\left\{(-0-0)-\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)\right\}$

$=\sqrt{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\underline{\underline{\dfrac{3\sqrt{3}}{2}}}$ ⑧

数学Ⅲ | Ⅰ型 | Ⅱ型 | Ⅲ型選択 | Ⅲ型の選択は，次より3題選択【2b】【6c】【10b】【11b】【14】【15】【16】

【14】

(1) 分子の数列 1，7，13，… の第n項は，$6n-5$

分母の数列 2，5，8，… の第n項は，$3n-1$

よって，この数列の第n項は，$\dfrac{6n-5}{3n-1}$

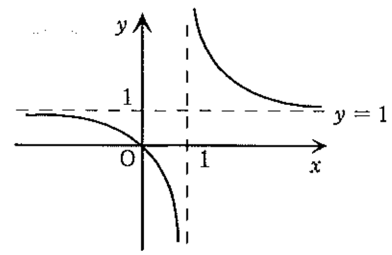
したがって，求める極限値は

$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{6n-5}{3n-1}=\lim_{n\to\infty}\frac{6-\frac{5}{n}}{3-\frac{1}{n}}=\frac{6-0}{3-0}=\underline{\underline{2}}$

(2) $y=\dfrac{x}{x-1}$ とおくと，

$y(x-1)=x\Leftrightarrow xy-y=x\Leftrightarrow x(y-1)=y$ … ①

ここで，$y=\dfrac{x}{x-1}=\dfrac{x-1+1}{x-1}=1+\dfrac{1}{x-1}$



グラフより，$y\neq 1$ なので，①は $x=\dfrac{y}{y-1}$

xとyを入れかえて，$y=\dfrac{x}{x-1}$

よって，求める逆関数は $\underline{\underline{f^{-1}(x)=\dfrac{x}{x-1}}}$

数学C | Ⅰ型 | Ⅱ型 | Ⅲ型選択 | Ⅲ型の選択は，次より3題選択【2b】【6c】【10b】【11b】【14】【15】【16】

【15】

(1) 行列 $\begin{pmatrix}2&5\\3&7\end{pmatrix}$ において，

$\Delta=2\cdot7-5\cdot3=-1\neq0$ だから，

逆行列は存在し，

$\begin{pmatrix}2&5\\3&7\end{pmatrix}^{-1}=\dfrac{1}{-1}\begin{pmatrix}7&-5\\-3&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-7&5\\3&-2\end{pmatrix}$

ここで，与えられた等式

$\begin{pmatrix}2&5\\3&7\end{pmatrix}X=\begin{pmatrix}2&3\\5&7\end{pmatrix}$ より，

$X=\begin{pmatrix}2&5\\3&7\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}2&3\\5&7\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}-7&5\\3&-2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&3\\5&7\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}-7\cdot2+5\cdot5&-7\cdot3+5\cdot7\\3\cdot2+(-2)\cdot5&3\cdot3+(-2)\cdot7\end{pmatrix}$

$=\underline{\underline{\begin{pmatrix}11&14\\-4&-5\end{pmatrix}}}$

(2) $4x^2+9y^2-8x+18y-23=0$ より，

$4(x^2-2x)+9(y^2+2y)=23$

$\Leftrightarrow 4\{(x-1)^2-1\}+9\{(y+1)^2-1\}=23$

$\Leftrightarrow 4(x-1)^2+9(y+1)^2=36$

$\Leftrightarrow \dfrac{(x-1)^2}{9}+\dfrac{(y+1)^2}{4}=1$

これは，楕円 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$ をx軸方向に1，

y軸方向に -1 だけ平行移動させたものを表す。

楕円 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$ の焦点の座標は，

$(\sqrt{5},\ 0)$，$(-\sqrt{5},\ 0)$

ゆえに，求める焦点の座標は，

$\underline{\underline{(1+\sqrt{5},\ -1),\ (1-\sqrt{5},\ -1)}}$

平成18年度　秋季県下一斉学力テスト SⅢ 解答 No.4

数学C　Ⅰ型　Ⅱ型　Ⅲ型 選択　Ⅲ型の選択は，次より3題選択【2b】【6c】【10b】【11b】【14】【15】【16】

【16】

(1) $\displaystyle \lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos^2 x}{x^2(1+\cos x)}$

$\displaystyle =\lim_{x\to 0}\frac{\sin^2 x}{x^2(1+\cos x)}$

$\displaystyle =\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2\frac{1}{1+\cos x}$

$\displaystyle =1\cdot\frac{1}{2}=\underline{\underline{\frac{1}{2}}}$

(2) $A+B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 3\end{pmatrix}$，$A-B=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$ より

$2A=\begin{pmatrix}4 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$，$2B=\begin{pmatrix}-2 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}$

ゆえに，$A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$

このとき，

$A^2=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4+1 & 2+1\\ 2+1 & 1+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5 & 3\\ 3 & 2\end{pmatrix}$

$B^2=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}1+1 & -1+2\\ -1+2 & 1+4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 5\end{pmatrix}$

よって，

$A^2-B^2=\begin{pmatrix}5 & 3\\ 3 & 2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 5\end{pmatrix}=\underline{\underline{\begin{pmatrix}3 & 2\\ 2 & -3\end{pmatrix}}}$