



平成 21 年 4 月 14 日実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

数 学 学 力 テ ス ト

(時間 50 分)

(無断転載を禁じます)

第	学年	組	番	氏名	
---	----	---	---	----	--

注 意 事 項

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はこの冊子にはさんであります。
3. 計算はあいているところを使い、答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。
4. 選択問題については、 $[\beta-1]$ から $[\beta-5]$ までの5群のうちから、学校で指定された2群を解答しなさい。

解 答 上 の 注 意 事 項

- ・ 答えに根号が含まれるときは、根号の中は最も小さい自然数にしなさい。
- ・ 答えが分数になるとき、約分できる場合は約分しておきなさい。

β 共通問題

次の問いに答えよ。

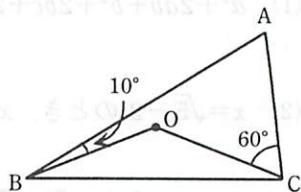
- (1) $a^2+2ab+b^2+2bc+2ca$ を因数分解せよ。
- (2) $x=\sqrt{5}-2$ のとき、 $x-\frac{1}{x}$ の値を求めよ。
- (3) 不等式 $\frac{4}{3}x-\frac{3x-7}{2} \geq \frac{1}{4}x+1$ を満たす自然数 x の個数を求めよ。
- (4) 放物線 $y=x^2+2x-1$ は、放物線 $y=x^2-4x+4$ を x 軸方向に p 、 y 軸方向に q だけ平行移動したものとす。このとき、 p と q の値を求めよ。
- (5) 2次関数 $y=x^2-4x-1$ の $-1 \leq x \leq 4$ における最大値を求めよ。また、そのときの x の値を求めよ。
- (6) 2次不等式 $-x^2+kx-2k < 0$ がすべての実数 x で成り立つとき、定数 k の値の範囲を求めよ。
- (7) $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、等式 $4\cos^2\theta-1=0$ を満たす角 θ を求めよ。
- (8) $\tan\theta=-3$ のとき、 $\cos\theta$ の値を求めよ。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。
- (9) $AB=5$ 、 $AD=4$ 、 $\angle A=60^\circ$ である平行四辺形 $ABCD$ の面積を求めよ。
- (10) 円に内接する四角形 $ABCD$ がある。 $AB=1$ 、 $BC=2$ 、 $\angle ABC=120^\circ$ 、 $\angle ACD=60^\circ$ であるとき、次の問いに答えよ。
 - (ア) 対角線 AC の長さを求めよ。
 - (イ) $\triangle ABC$ の外接円の半径 R を求めよ。(分母に根号を含まない形にせよ)
 - (ウ) $\triangle ABC$ と $\triangle ACD$ の面積比を最も簡単な整数比で表せ。(途中経過を書け)

β 選択問題

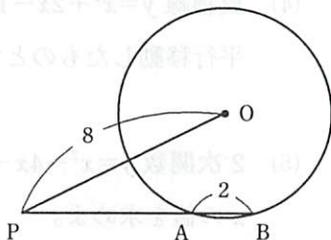
[β-1] から [β-5] までの 5 群のうち、学校で指定された 2 群を解答すること。

[β-1] **平面図形**

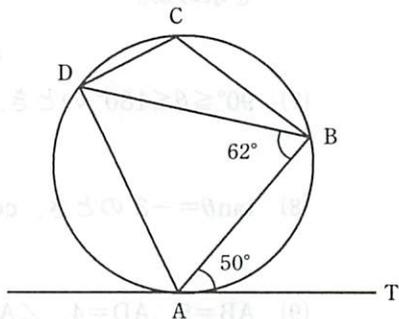
- (1) 右図において、点 O は $\triangle ABC$ の外心である。
 $\angle ABO = 10^\circ$, $\angle ACO = 60^\circ$ のとき、 $\angle OCB$ の大きさを求めよ。



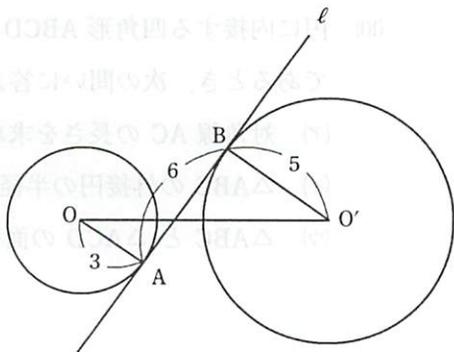
- (2) 右図は、半径 4 の円 O である。
 円外の点 P を通る直線がこの円と 2 点 A , B で交わり、点 P に近い方の点を A とする。
 $OP = 8$, $AB = 2$ のとき、 PA の長さを求めよ。



- (3) 右図のように、円と内接する四角形 $ABCD$ があり、直線 AT は点 A で円に接している。
 $\angle DBA = 62^\circ$, $\angle BAT = 50^\circ$ のとき、 $\angle DCB$ の大きさを求めよ。



- (4) 右図において、直線 ℓ は 2 つの円 O , O' の共通接線で、 A , B は接点である。線分 AB の長さが 6 のとき、中心間の距離 OO' の長さを求めよ。



(1) 全体集合を $U = \{x \mid x \text{ は } 10 \text{ 以下の自然数}\}$ とする。 U の部分集合 A, B において、
 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A \cap \overline{B} = \{2, 4\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$ のとき、集合 B
 を要素を書き並べる方法で表せ。

(2) 1 から 30 までの自然数の集合を全体集合 U とする。 U の部分集合を
 $A = \{x \mid x \text{ は } 3 \text{ の倍数}\}$, $B = \{x \mid x \text{ は 奇数}\}$ とするとき、集合 $\overline{A \cup B}$ の要素の個数
 $n(\overline{A \cup B})$ を求めよ。

(3) 次の に適するものを、下の(ア)~(エ)の中から選び記号で答えよ。

2つの整数 a, b について

「積 ab が偶数であることは、 a または b が偶数であるための 。

(ア) 必要条件であるが、十分条件ではない

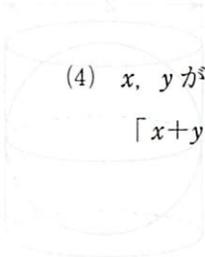
(イ) 十分条件であるが、必要条件ではない

(ウ) 必要十分条件である

(エ) 必要条件でも十分条件でもない

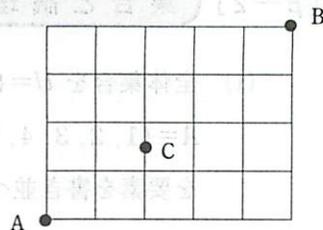
(4) x, y が実数のとき、次の命題の対偶を述べよ。また、その対偶の真偽を答えよ。

「 $x + y > 2$ ならば $x > 1$ かつ $y > 1$ である。」



[β-3] 場合の数と確率

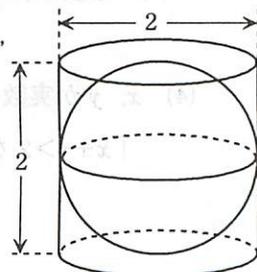
- (1) 右図のような道がある。A 地点から C 地点を通り B 地点までを、遠回りしないで行く最短の道順は、何通りあるか。



- (2) 男子 3 人、女子 3 人が円形に並ぶとき、男女が交互になる並び方は何通りあるか。
- (3) 5 枚のカード $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$ がある。これらのカードから 3 枚を取り出すとき、偶数のカードが 1 枚だけ含まれる確率を求めよ。
- (4) 赤球 4 個、白球 6 個が入っている袋の中から同時に 4 個の球を取り出すとき、少なくとも 1 個は赤球である確率を求めよ。

[β-4] 数学 I ①

- (1) 方程式 $|3x-2|=7$ を解け。
- (2) 2 次関数 $y=-x^2+6x+c$ ($1 \leq x \leq 4$) の最小値が -2 であるように定数 c の値を定めよ。
- (3) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。 $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$ のとき $\sin\theta \cos\theta$ の値を求めよ。
- (4) 半径 1 の球と、底面の直径と高さが 2 である円柱について、球と円柱の体積比を最も簡単な整数比で表せ。



[β-5] 数学 I ②

- (1) 2 次方程式 $x^2-x+m=0$ が重解をもつような定数 m の値を求めよ。また、その重解を求めよ。
- (2) 軸が直線 $x=-2$ で、2 点 $(0, 3)$, $(-1, 0)$ を通る放物線をグラフとする 2 次関数を求めよ。
- (3) 放物線 $y=4x^2-4x-15$ は x 軸と異なる 2 点 A, B で交わる。このとき、線分 AB の長さを求めよ。
- (4) 1 辺の長さが 2 の正四面体 ABCD において、辺 BC の中点を M とする。 $\angle AMD = \theta$ として、 $\cos\theta$ の値を求めよ。

