

平成 23 年 4 月 12 日実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

# 数 学 学 力 テ ス ト

(時間 50 分)

(無断転載を禁じます)

|   |    |   |   |    |  |
|---|----|---|---|----|--|
| 第 | 学年 | 組 | 番 | 氏名 |  |
|---|----|---|---|----|--|

---

## 注 意 事 項

---

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はこの冊子にはさんであります。
3. 計算はあいているところを使い、答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。
4. 選択問題については、 $[\beta - 1]$ から $[\beta - 5]$ までの5群のうちから、学校で指定された2群を解答しなさい。

## — 解答上の注意事項 —

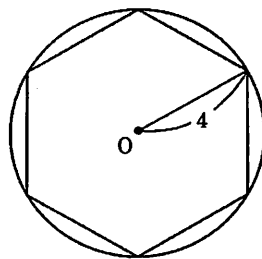
- ・ 答えに根号が含まれるときは、根号の中は最も小さい自然数にしなさい。
- ・ 答えが分数になるとき、約分できる場合は約分しておきなさい。

# S I $\beta$ 学 力 テ ス ト

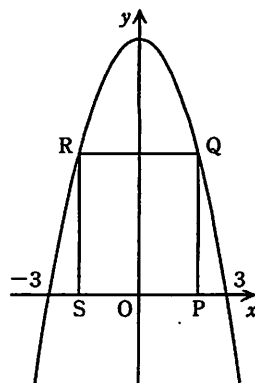
## $\beta$ 共通問題

 次の問いに答えよ。

- (1)  $x^2+2xy+y^2+x+y-6$  を因数分解せよ。
- (2) 方程式  $|2x-1|=3$  を解け。
- (3) 連立不等式  $\begin{cases} 3x+2>5x-4 \\ 5x-3\geq x+5 \end{cases}$  を解け。
- (4) 放物線  $y=(x-2)^2+3$  を  $x$  軸方向に 3,  $y$  軸方向に  $-1$  平行移動すると, 放物線  $y=x^2+px+q$  となる。このとき定数  $p, q$  の値を求めよ。
- (5) 2 次関数  $y=x^2-2ax+2a$  の最小値を  $a$  を用いて表せ。
- (6) 2 次不等式  $3x^2-x-2>0$  を解け。
- (7)  $0^\circ\leq\theta\leq 180^\circ$  のとき, 等式  $2\sin\theta-\sqrt{3}=0$  を満たす角  $\theta$  の値を求めよ。
- (8)  $\cos\theta=\frac{3}{4}$  のとき,  $\tan\theta$  の値を求めよ。ただし,  $0^\circ\leq\theta\leq 180^\circ$  とする。
- (9) 半径 4 の円  $O$  に内接する正六角形の面積を求めよ。



- (10) 右図のように放物線  $y=9-x^2$  と  $x$  軸で囲まれた部分に長方形 PQRS を  $P, S$  が  $x$  軸上にあるように内接させる。点  $P$  の座標を  $(a, 0)$  とするとき, 次の問いに答えよ。ただし,  $0<a<3$  とする。



- (ア) 点  $Q$  の座標を  $a$  を用いて表せ。
- (イ) 長方形 PQRS の周の長さ  $\ell$  を  $a$  を用いて表せ。
- (ウ)  $\ell$  が最大となるときの  $PS$  の長さを求めよ。

(途中経過を書け)

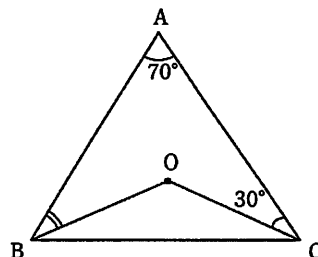
**β 選択問題**

[β-1] から [β-5] までの5群のうち、学校で指定された2群を解答すること。

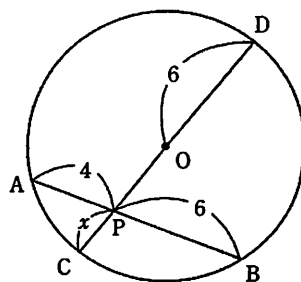
[β-1] **平面図形**

- (1) 右図において、点Oは△ABCの外心である。

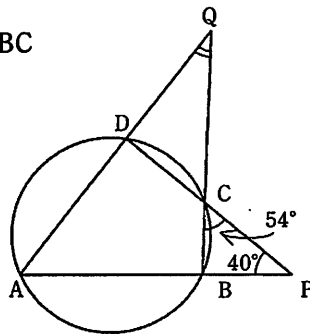
$\angle ACO = 30^\circ$ ,  $\angle BAC = 70^\circ$  のとき、 $\angle ABO$  の大きさを求めよ。



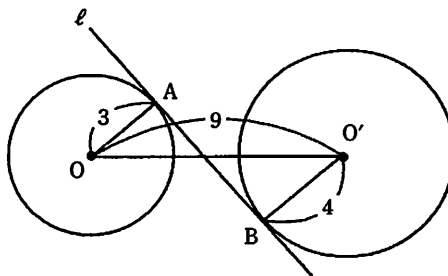
- (2) 右図のように半径6の円Oがある。AP=4, BP=6  
あるとき、CPの長さを求めよ。



- (3) 右図のように円に内接する四角形ABCDがあり、  
直線ABと直線DCの交点をP、直線ADと直線BC  
の交点をQとする。 $\angle BCP = 54^\circ$ ,  $\angle BPC = 40^\circ$   
とすると、 $\angle AQB$  の大きさを求めよ。



- (4) 右図において、直線ℓは2つの円O, O'  
の共通接線で、点A, Bは接点である。  
 $OO' = 9$ ,  $OA = 3$ ,  $O'B = 4$  のとき、線分AB  
の長さを求めよ。

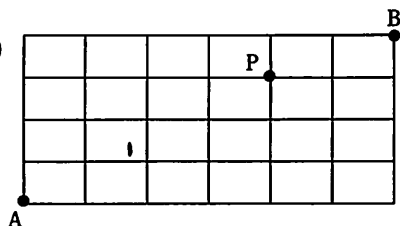


[β-2] 集合と論理

- (1) 全体集合を  $U=\{x|x \text{ は } 10 \text{ 以上 } 20 \text{ 以下の自然数}\}$  とし、その部分集合を  $A=\{x|x \text{ は } 2 \text{ の倍数}\}$  ,  $B=\{x|x \text{ は } 3 \text{ の倍数}\}$  とするとき、集合  $\overline{A} \cap \overline{B}$  を要素を書き並べる方法で表せ。
- (2) 1 から 100 までの整数の集合を全体集合  $U$  とする。 $U$  の部分集合を  $A=\{x|x \text{ は奇数}\}$  ,  $B=\{x|x \text{ は } 5 \text{ の倍数}\}$  とするとき、集合  $A \cup B$  の要素の個数を求めよ。
- (3) 次の  に適するものを、下の(ア)~(エ)の中から選び、記号で答えよ。  
 「整数  $x, y$  について、 $x+y$  が 3 の倍数であることは、 $x, y$  がともに 3 の倍数であるための  。」
- (ア) 必要条件であるが十分条件ではない  
 (イ) 十分条件であるが必要条件ではない  
 (ウ) 必要十分条件である  
 (エ) 必要条件でも十分条件でもない
- (4)  $x, y$  が実数のとき、次の命題の対偶を述べよ。また、その対偶の真偽を答えよ。  
 「 $x+y>4$  ならば、 $x>2$  または  $y>2$  である。」

[β-3] 場合の数と確率

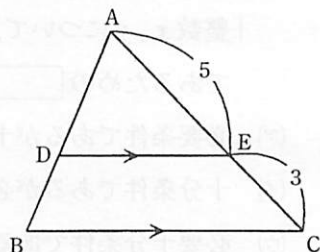
- (1) 右図のような道がある。A 地点から P 地点を通り B 地点まで行く最短の経路は何通りあるか。



- (2) 男子 3 人、女子 3 人が 1 列に並ぶとき、男女が交互になる並び方は何通りあるか。
- (3) 赤球 2 個と白球 3 個が入っている袋から球を 1 個取り出し、その色を見てから袋に戻すという試行を 3 回繰り返す。このとき赤球を 1 回、白球を 2 回取り出す確率を求めよ。
- (4) 1 組 52 枚のトランプから同時に 2 枚のカードを引くとき、少なくとも 1 枚はハートである確率を求めよ。

[β-4] 数学 I ①

- (1) 2次方程式  $4x^2 - 8x - 7 = 0$  を解け。
- (2) 2次関数  $y = 2x^2 - 8x + 5$  の  $0 \leq x \leq 3$  における最小値を求めよ。また、そのときの  $x$  の値を求めよ。
- (3)  $\sin\theta - \cos\theta = \frac{1}{2}$  のとき、 $\sin\theta \cos\theta$  の値を求めよ。
- (4) 右図において、 $AE = 5$ 、 $EC = 3$ 、 $DE \parallel BC$  とするとき、 $\triangle ADE$  と  $\triangle ABC$  の面積比を最も簡単な整数比で表せ。



[β-5] 数学 I ②

- (1)  $x = 2 - \sqrt{5}$  のとき、 $x^2 - 4x + 3$  の値を求めよ。
- (2) 放物線  $y = -x^2 + 6x - 11$  と同じ頂点を持ち、点  $(0, 7)$  を通る放物線の方程式を求めよ。
- (3) 2次不等式  $x^2 + (a-2)x + a-2 > 0$  が常に成り立つように、定数  $a$  の値の範囲を定めよ。
- (4)  $AD = 3$ 、 $BD = 1$ 、 $CD = 2$ 、 $\angle ADB = \angle ADC = \angle BDC = 90^\circ$  である三角錐 ABCD がある。 $\angle ABC = \theta$  のとき、 $\cos\theta$  の値を求めよ。

