



平成 23 年 4 月 12 日実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

数 学 学 力 テ ス ト

(時間 50 分)

(無断転載を禁じます)

| | | | | | |
|---|----|---|---|----|--|
| 第 | 学年 | 組 | 番 | 氏名 | |
|---|----|---|---|----|--|

注 意 事 項

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はこの冊子にはさんであります。
3. 計算はあいているところを使い、答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。
4. $[\alpha - 1]$ から $[\alpha - 11]$ までの 11 群のうちから、学校で指定された 4 群を解答しなさい。

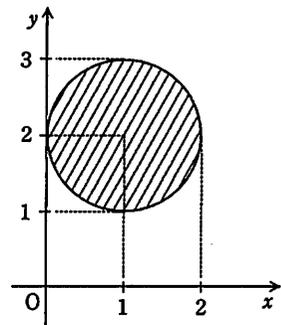
S II α 学 力 テ ス ト

[$\alpha - 1$] 式と証明・高次方程式 (この選択群で使用している i は虚数単位とする)

- (1) $\frac{x^2-9}{x+3}$ を簡単にせよ。
- (2) $i+i^2+i^3$ を計算せよ。
- (3) 2次方程式 $x^2+x+2=0$ の2つの解を α, β とするとき, $\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}$ の値を求めよ。
- (4) 等式 $a(x+1)+b(x-2)=5x-4$ が x についての恒等式となるように, 定数 a, b の値を定めよ。
- (5) 3次方程式 $x^3+2x^2+2x+1=0$ を解け。

[$\alpha - 2$] 図形と方程式

- (1) 2点 $O(0, 0)$, $A(3, 3)$ 間の距離 OA を求めよ。
- (2) 点 $(3, 5)$ を中心とする半径 $\sqrt{5}$ の円の方程式を求めよ。
- (3) 2点 $A(-3, 1)$, $B(1, 5)$ を結ぶ線分 AB を $2:1$ の比に内分する点の座標を求めよ。
- (4) 点 $(5, 3)$ を通り, 直線 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ に垂直な直線の方程式を求めよ。
- (5) 右の図の斜線部分の領域を表す不等式を求めよ。
ただし, この領域の境界線を含むものとする。



[$\alpha - 3$] **三角関数**

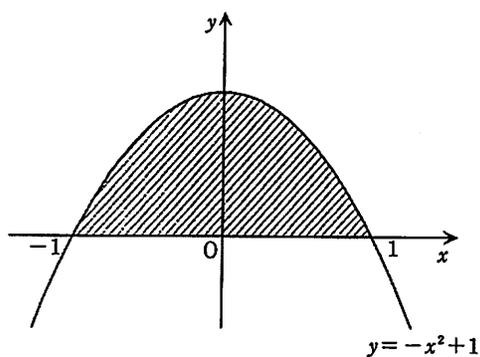
- (1) 270° を弧度法で表せ。
- (2) 角 $\frac{\pi}{6}$ を表わす動径と同じ位置にあるものを下の(ア)~(エ)の中から1つ選び、記号で答えよ。
- (ア) $-\frac{\pi}{6}$ (イ) $-\frac{5}{6}\pi$ (ウ) $\frac{5}{6}\pi$ (エ) $\frac{13}{6}\pi$
- (3) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、方程式 $\cos\theta = -\frac{1}{2}$ を解け。
- (4) 関数 $y = 3\sin\theta$ の値域は $\boxed{\text{ア}} \leq y \leq \boxed{\text{イ}}$ である。 $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ に適する値を答えよ。
- (5) $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ のとき、 $\sin 2\alpha$ の値を求めよ。ただし、 $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ とする。

[$\alpha - 4$] **指数関数・対数関数**

- (1) $\sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{3}$ を計算せよ。
- (2) $2^3 \times 2^{-2} \div 2^4$ を計算せよ。
- (3) $\log_2 48 - \log_2 3$ を計算せよ。
- (4) 不等式 $\left(\frac{1}{5}\right)^x \leq \frac{1}{25}$ を解け。
- (5) 方程式 $\log_7(x+3) = \log_7 2 + \log_7 5$ を解け。

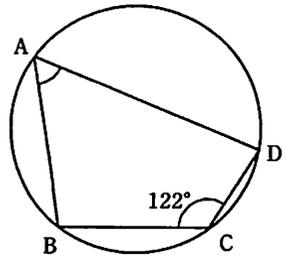
[$\alpha-5$] 微分・積分の考え

- (1) 関数 $y = -x^3 + 3x^2 - 9x + 6$ を微分せよ。
- (2) 不定積分 $\int (3x^2 + 2x + 1) dx$ を求めよ。ただし、積分定数として C を用いよ。
- (3) 関数 $f(x) = x^3 + 2x^2$ について、 $x = -2$ における微分係数 $f'(-2)$ を求めよ。
- (4) 関数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + a$ の極小値が 6 になるように、定数 a の値を定めよ。
- (5) 放物線 $y = -x^2 + 1$ と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

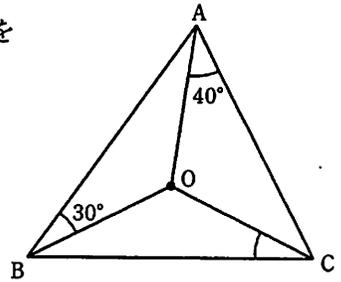


[$\alpha-6$] 平面図形

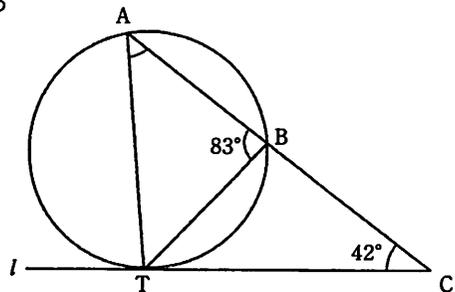
- (1) 右図のように、四角形 ABCD が円に内接し、
 $\angle BCD=122^\circ$ のとき、 $\angle DAB$ の大きさを求めよ。



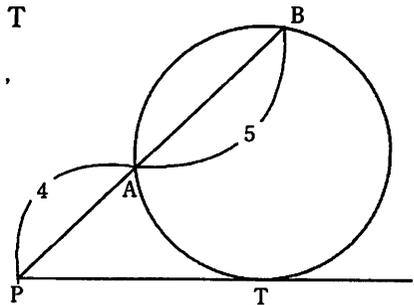
- (2) 右図において、点 O は $\triangle ABC$ の外心とする。
 $\angle OAC=40^\circ$ 、 $\angle OBA=30^\circ$ のとき、 $\angle OCB$ の大きさを
 求めよ。



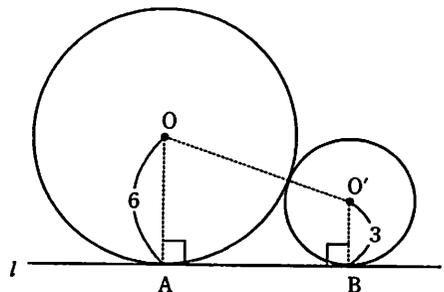
- (3) 右図のように、直線 l が点 T で円に接する
 とき、 $\angle BAT$ の大きさを求めよ。



- (4) 右図において、点 P は円の弦 AB の延長線と点 T
 におけるこの円の接線との交点である。PA=4、
 AB=5 のとき、PT の長さを求めよ。



- (5) 右図において、円 O、O' は外接している。
 また、直線 l は 2 つの円 O、O' の共通接線で、
 点 A、B は接点である。OA=6、O'B=3 の
 とき、線分 AB の長さを求めよ。



[$\alpha-7$] 集合と論理

(1) 60以下の正の整数のうち、4の倍数かつ6の倍数である数の個数を求めよ。

(2) 全体集合を $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ とし、その部分集合を

$$A = \{x \mid x \text{ は偶数}\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ は } 6 \text{ の約数}\}$$

とする。集合 $\bar{A} \cap B$ を要素を書き並べる方法で表せ。ただし、 \bar{A} は A の補集合である。

(3) 次の(ア)~(ウ)の命題のうち、真であるものをすべて選び、記号で答えよ。

ただし、 x, y は実数とする。

(ア) 「 $x^2=9$ ならば、 $x=3$ である。」

(イ) 「 $xy>0$ ならば、 $x>0$ かつ $y>0$ である。」

(ウ) 「 x が12の正の約数ならば、 x は36の正の約数である。」

(4) 次の に適するものを、下の(ア)~(エ)の中から選び、記号で答えよ。

ただし、 a, b は実数とする。

「 $a=2, b=3$ は、 $ab=6$ であるための 。」

(ア) 必要条件であるが、十分条件ではない

(イ) 十分条件であるが、必要条件ではない

(ウ) 必要十分条件である

(エ) 必要条件でも十分条件でもない

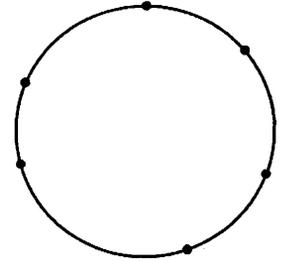
(5) a, b は実数とする。次の命題の対偶を述べ、その真偽を調べよ。

「 $a+b \leq 0$ ならば、 $a \leq 0$ または $b \leq 0$ である。」

[$\alpha - 8$] **場合の数と確率**

(1) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 の 7 個の数字から、異なる 3 個の数字を用いてできる 3 桁の整数は何個あるか。

(2) 右図のように、円周上に異なる 6 個の点がある。その中の 3 点を結んでできる三角形はいくつあるか。



(3) 男子 4 人と女子 2 人が一列に並ぶとき、女子 2 人が隣り合う並び方は何通りあるか。

(4) 大小 2 個のさいころを同時に投げるとき、出る目の和が 6 または 7 になる確率を求めよ。

(5) 8 本のうち当たりが 3 本入っているくじから、同時に 2 本を引くとき、2 本ともはずれを引く確率を求めよ。

[$\alpha - 9$] **数と式・方程式と不等式**

(1) $x^2 - 36y^2$ を因数分解せよ。

(2) 2 次方程式 $x^2 + 4x - 32 = 0$ を解け。

(3) 不等式 $\frac{2x+5}{3} < x+3$ を解け。

(4) $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ の分母を有理化せよ。

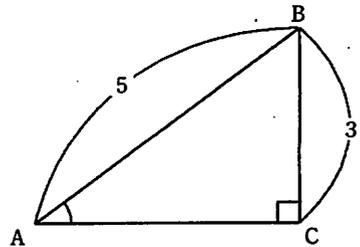
(5) 1 本 80 円のボールペンと 1 本 50 円の鉛筆を合わせて 30 本買い、支払う金額を 2000 円以下にしたい。ボールペンをできるだけ多く買うとき、ボールペンは最大で何本買えるか。

[$\alpha-10$] **2次関数**

- (1) 2次関数 $y=(x-2)^2-5$ のグラフについて、頂点の座標を求めよ。
- (2) 2次関数 $y=x^2-7x+12$ のグラフと x 軸との共有点の x 座標を求めよ。
- (3) 2次関数 $y=-2(x+1)^2+2k$ の最大値が -6 のとき、定数 k の値を求めよ。
- (4) 2次関数 $y=x^2+6x+k$ のグラフが x 軸と接するとき、定数 k の値を求めよ。
- (5) 頂点が点 $(1, 5)$ で、点 $(2, 8)$ を通る放物線をグラフとする2次関数を求めよ。

[$\alpha-11$] **図形と計量** (正弦定理, 余弦定理, 図形の計量を除く)

- (1) $\cos 60^\circ$ の値を求めよ。
- (2) $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、等式 $\sin \theta = \frac{1}{2}$ を満たす角 θ の値を求めよ。
- (3) 右図のような、 $AB=5$, $BC=3$, $\angle C=90^\circ$ である
直角三角形 ABC において、 $\tan A$ の値を求めよ。



- (4) $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ で $\sin \theta = \frac{2}{3}$ のとき、 $\cos \theta$ の値を求めよ。
- (5) $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ のとき、等式 $\sin \theta = \cos 72^\circ$ を満たす角 θ の値を求めよ。