

平成 23 年 4 月 12 日実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

数 学 学 力 テ ス ト

(時間 50 分)

(無断転載を禁じます)

第	学年	組	番	氏 名	
---	----	---	---	--------	--

注 意 事 項

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はこの冊子にはさんであります。
3. 計算はあいているところを使い、答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。
4. 選択問題については、 $[\beta - 1]$ から $[\beta - 7]$ までの7群のうちから、学校で指定された2群を解答しなさい。

解答上の注意事項

- ・ 答えに根号が含まれるときは、根号の中は最も小さい自然数にしなさい。
- ・ 答えが分数になるとき、約分できる場合は約分しておきなさい。

S II β 学 力 テ ス ト

β 共通問題

次の問いに答えよ。(ここで使用している i は虚数単位とする)

- (1) $\frac{2}{x^2-1} - \frac{1}{x^2+x}$ を計算せよ。
- (2) 等式 $(2-i)(x+yi)=4+3i$ を満たす実数 x, y の値を求めよ。
- (3) 中心が x 軸上にあり, 2 点 $A(0, \sqrt{5}), B(2, 3)$ を通る円の方程式を求めよ。
- (4) 定積分 $\int_{-4}^1 (x+4)(x-1)dx$ を求めよ。
- (5) $\log_2 3 = a, \log_2 5 = b$ とするとき, $\log_2 30$ を a, b で表せ。
- (6) 連立方程式 $\begin{cases} x+y=1 \\ 3^{2x+y}=27 \end{cases}$ を解け。
- (7) $\alpha+\beta=\frac{\pi}{4}$ のとき, $(\tan\alpha+1)(\tan\beta+1)$ の値を求めよ。
- (8) 連立不等式 $\begin{cases} y \geq -x+2 \\ x^2+y^2 \leq 4 \end{cases}$ の表す領域の面積を求めよ。
- (9) 関数 $y=\sin x+\cos x+\sin 2x$ について, 次の問いに答えよ。
 - (ア) $\sin x+\cos x=t$ とおいて, y を t で表せ。
 - (イ) $0 \leq x < 2\pi$ のとき, 関数 y のとりうる値の範囲を求めよ。(途中経過を書け)
- (10) 曲線 $y=x^3-9x^2+15x-7$ について, 次の問いに答えよ。
 - (ア) 曲線上の点 P の x 座標を t とするとき, 点 P における接線の方程式を t を用いて表せ。
 - (イ) 点 $Q(0, k)$ から曲線に異なる 3 本の接線が引けるとき, 定数 k の値の範囲を求めよ。(途中経過を書け)

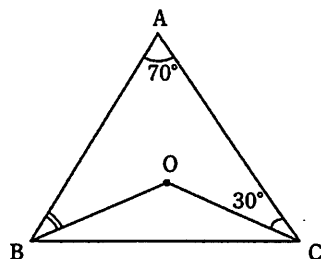
β 選択問題

[β-1] から [β-7] までの7群のうち、学校で指定された2群を解答すること。

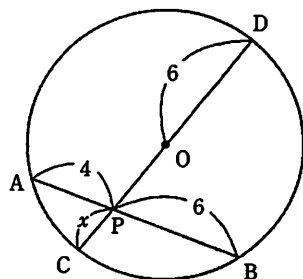
[β-1] **平面図形**

- (1) 右図において、点Oは△ABCの外心である。

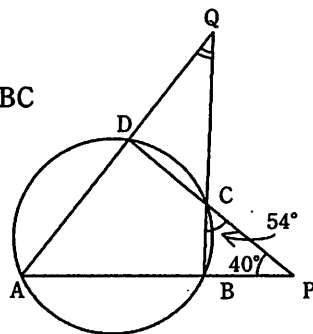
$\angle ACO = 30^\circ$, $\angle BAC = 70^\circ$ のとき、 $\angle ABO$ の大きさを求めよ。



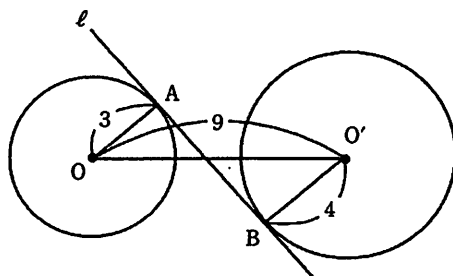
- (2) 右図のように半径6の円Oがある。AP=4, BP=6
であるとき、CPの長さを求めよ。



- (3) 右図のように円に内接する四角形ABCDがあり、
直線ABと直線DCの交点をP、直線ADと直線BC
の交点をQとする。 $\angle BCP = 54^\circ$, $\angle BPC = 40^\circ$
とすると、 $\angle AQB$ の大きさを求めよ。



- (4) 右図において、直線ℓは2つの円O, O'
の共通接線で、点A, Bは接点である。
 $OO' = 9$, $OA = 3$, $O'B = 4$ のとき、線分AB
の長さを求めよ。

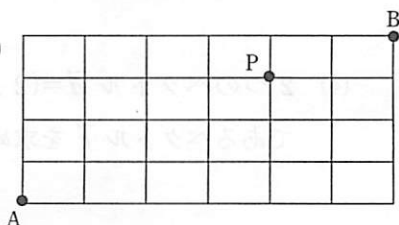


[β-2] 集合と論理

- (1) 全体集合を $U=\{x|x \text{ は } 10 \text{ 以上 } 20 \text{ 以下の自然数}\}$ とし、その部分集合を $A=\{x|x \text{ は } 2 \text{ の倍数}\}$, $B=\{x|x \text{ は } 3 \text{ の倍数}\}$ とするとき、集合 $\overline{A} \cap \overline{B}$ を要素を書き並べる方法で表せ。
- (2) 1 から 100 までの整数の集合を全体集合 U とする。 U の部分集合を $A=\{x|x \text{ は 奇数}\}$, $B=\{x|x \text{ は } 5 \text{ の倍数}\}$ とするとき、集合 $A \cup B$ の要素の個数を求めよ。
- (3) 次の に適するものを、下の(ア)~(エ)の中から選び、記号で答えよ。
「整数 x, y について、 $x+y$ が 3 の倍数であることは、 x, y がともに 3 の倍数であるための 。」
- (ア) 必要条件であるが十分条件ではない
(イ) 十分条件であるが必要条件ではない
(ウ) 必要十分条件である
(エ) 必要条件でも十分条件でもない
- (4) x, y が実数のとき、次の命題の対偶を述べよ。また、その対偶の真偽を答えよ。
「 $x+y>4$ ならば $x>2$ または $y>2$ である。」

[β-3] 場合の数と確率

- (1) 右図のような道がある。A 地点から P 地点を通り B 地点まで行く最短の経路は何通りあるか。



- (2) 男子 3 人、女子 3 人が 1 列に並ぶとき、男女が交互になる並び方は何通りあるか。
- (3) 赤球 2 個と白球 3 個が入っている袋から球を 1 個取り出し、その色を見てから袋に戻すという試行を 3 回繰り返す。このとき赤球を 1 回、白球を 2 回取り出す確率を求めよ。
- (4) 1 組 52 枚のトランプから 2 枚のカードを同時に引くとき、少なくとも 1 枚はハートである確率を求めよ。

[β-4] 数 列

- (1) 初項 $\frac{3}{2}$, 公差 $\frac{1}{2}$ の等差数列の一般項 a_n を求めよ。
- (2) 公比を正とする等比数列 $\{a_n\}$ がある。 $a_3=20$, $a_5=80$ であるとき, この数列の一般項を求めよ。
- (3) 数列 $1 \cdot 2, 2 \cdot 3, 3 \cdot 4, \dots, n(n+1)$ の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。
- (4) $a_1=3$, $a_{n+1}=-3a_n+8$ ($n=1, 2, 3, \dots$) で定義された数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

[β-5] ベ ク ト ル

- (1) $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=\sqrt{3}, |\vec{a}-\vec{b}|=1$ のとき, $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。
- (2) $\vec{a}=(1, -2), \vec{b}=(4, 6), \vec{c}=(4, -1)$ のとき, 2つのベクトル $\vec{a}+t\vec{b}$ と $\vec{c}$ が平行になるように, 定数 t の値を定めよ。
- (3) 中心の座標が $(3, 1, 5)$ で, yz 平面に接する球面の方程式を求めよ。
- (4) 2つのベクトル $\vec{a}=(2, -1, 3), \vec{b}=(1, 1, 0)$ の両方に垂直で, 大きさが $2\sqrt{3}$ であるベクトル $\vec{c}$ を求めよ。

[$\beta-6$] 数 学 II ①

- (1) $\log_2 5 \cdot \log_{25} 8$ を計算せよ。
- (2) 整式 x^3-3x-2 を因数分解せよ。
- (3) 曲線 $y=-x^2-3x$ について、傾きが 1 である接線の方程式を求めよ。
- (4) 円 $x^2+y^2=7$ と直線 $3x+4y-10=0$ の 2 つの交点を結ぶ線分の長さを求めよ。

[$\beta-7$] 数 学 II ②

- (1) 2 次方程式 $3x^2-6x+1=0$ の 2 つの解を α, β とするとき、 $(\alpha-2)(\beta-2)$ の値を求めよ。
- (2) 不等式 $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} > 4$ を解け。
- (3) 等式 $\int_a^x f(t)dt = x^2+2x-3$ を満たす関数 $f(x)$ と、定数 a の値を求めよ。
- (4) 関数 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ は $x=1$ で極大値 2 をとり、 $x=3$ で極小値をとる。
定数 a, b, c の値を求めよ。