

平成24年11月9日実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

数学学カテスト

(時間50分)

(無断転載を禁じます)

注 意 事 項

- 1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2. 解答用紙はこの冊子にはさんであります。
- 3. 計算はあいているところを使い、答えはすべて解答用紙の決められた欄 に書き入れなさい。
- 4. 選択問題については、 $[\alpha-1]$ から $[\alpha-8]$ までの8群のうちから、学校で指定された2群を解答しなさい。

S I α 学 カ テ ス ト

α共通問題

次の問いに答えよ。

- (1) $3(x^2-2x+1)-(x^2-4x+2)$ を計算せよ。
- (2) (3x-2y)(3x+2y) を展開せよ。
- (3) $2x^2-3x+1$ を因数分解せよ。
- (4) $\sqrt{3} \sqrt{12} + \sqrt{27}$ を計算せよ。
- (5) $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ の分母を有理化せよ。
- (6) 不等式 x-2>3(2x+1) を解け。
- (7) 集合 A={1,3,6,7},集合 B={1,2,3,4,6,12} について、集合 A∩B を 要素を書き並べる方法で表せ。
- (8) 命題 $\lceil x^2 = 9 \Rightarrow x = 3 \rfloor$ の真偽を答えよ。また、偽であるときは反例を示せ。
- (9) 1本100円のボールペンと1本70円の鉛筆を合わせて20本買い,700円の筆箱も 1個だけ買うことにする。筆箱代を含めた代金の合計を2500円以下としたい。 このとき、次の問いに答えよ。
 - (ア) ボールペンを x 本買うとすると、鉛筆は何本買うことになるか。 x を用いて表せ。
 - (イ) ボールペンは最大何本買えるかを答えよ。(途中経過を書け)

α 選択問題

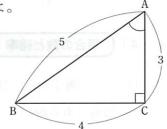
 $[\alpha-1]$ から $[\alpha-8]$ までの 8 群のうち、学校で指定された 2 群を解答すること。

[α-1] 2 次 関 数

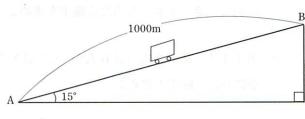
- (1) 関数 $f(x)=x^2+3x-1$ において, f(-2) の値を求めよ。
- (2) 2次関数 $y = -\frac{1}{2}x^2$ の $-4 \le x \le 2$ における最大値を求めよ。
- (3) 2次関数 $y=(x+2)^2+1$ のグラフを x 軸方向に 2, y 軸方向に -1 だけ平行移動した グラフを表す 2 次関数を求めよ。
- (4) 2次方程式 $5x^2+6x-2=0$ の実数解の個数を求めよ。
- (5) 2次不等式 (x+4)(x+6)>0 を解け。

[α-2] 図形と計量

- (1) sin30°の値を求めよ。
- (2) 右図の直角三角形 ABC において、cosA の値を求めよ。



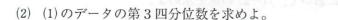
- (3) $0^{\circ} \le \theta \le 90^{\circ}$ で、 $\cos \theta = \frac{2}{3}$ のとき、 $\sin \theta$ の値を求めよ。
- (4) θ が鈍角のとき、 $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ を満たす角 θ の値を求めよ。
- (5) 下図のように、傾斜角が15°のケーブルカーに乗ってA地点からB地点まで1000m 進むと、垂直方向には何m上がったことになるか。 ただし、sin15°=0.259、cos15°=0.966、tan15°=0.268とする。



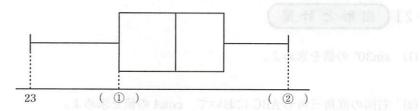
-2 -

[α-3] データの分析

(1) 次のデータの中央値を求めよ。 8,12,2,5,2,13,8



- (3) 小テストを8回行ったところ,ある生徒の点数が6,7,4,2,3,7,10,9となった。このデータの平均値を求めよ。
 - (4) (3) のデータの分散を求めよ。
 - (5) ある 10 人の生徒を対象に、数学のテストを行ったところ、点数が 49,73,59,63,73,91,23,30,72,65 となり、それに従って箱ひげ図を作ると、以下のようになった。このとき、箱ひげ図の①、②に入る数値を求めよ。

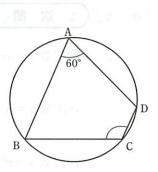


[α-4] (場合の数と確率

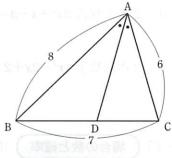
- (1) 7人の選手から、リレーの第1走者から第4走者までを決めるとき、走る順番は何通りあるか。
- (2) 10C8の値を求めよ。
- (3) 袋に入った赤球2個,白球4個,青球5個の計11個の球が入っている。この中から,1個取り出すとき,赤球を取り出す確率を求めよ。
- (4) 10 本のくじがあり、このうち4本が当たりくじである。このくじから3本を同時に引くとき、3本とも当たる確率を求めよ。
- (5) 男子 4 人, 女子 2 人の計 6 人が, くじ引きで順番を決めて 1 列に並ぶとき, 女子 2 人が隣り合う確率を求めよ。

[α-5] 図形の性質

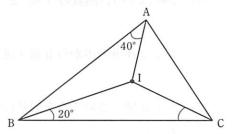
(1) 右図において、円に四角形 ABCD が内接しているとき、 ∠BCD の大きさを求めよ。



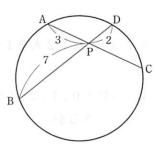
(2) 下図のような △ABC において、∠A の二等分線と辺 BC の交点を D とする。このとき、CD の長さを求めよ。



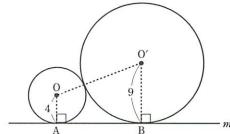
(3) 下図において、点Iは △ABC の内心とする。このとき、∠BCI の大きさを求めよ。



(4) 右図において、PCの長さを求めよ。



(5) 下図のように、2つの円 O, O'は外接している。また、直線 m は 2 つの円 O, O'の共通接線で、点 A, B は接点である。円 O の半径が 4, 円 O'の半径が 9 であるとき、AB の長さを求めよ。



[α-6] (2 次 関 数) (2次不等式を除く)

- (1) 2次関数 $y=5x^2+mx+2$ のグラフが点 (1,9) を通るとき、定数 m の値を求めよ。
- (2) 2次関数 $y=(x-2)^2+3$ のグラフの頂点の座標を求めよ。
- (3) 2次関数 $y=x^2-6x+9$ のグラフと x 軸との共有点の個数を求めよ。
- (4) 2次方程式 $3x^2+x-3=0$ を解け。
- (5) 2次関数 $y=x^2-2x+2$ の最小値を求めよ。

[α-7] **場合の数と確率** (確率を除く)

- (1) 200以下の自然数のうち、2でも3でも割り切れる数はいくつあるか。
- (2) 異なる8冊の本から5冊を選ぶ方法は何通りあるか。
- (3) 大小 2 個のさいころを同時に投げるとき、出る目の和が 5 の倍数となるのは何通りあるか。
- (4) 男子3人,女子2人を1列に並べるとき,両端が女子になる並び方は何通りあるか。
- (5) 4つの数字0,1,2,3を1回ずつ使って4桁の整数をつくるとき、整数は全部でいくつできるか。

「下図のように、2つの円 O、O、は外接している。また、直線 m は2つの円 O、O の共通接線で、点A、B は接点である。円 O の半径が4、円 O の半径が9であると [α-8] 数と式

- (1) $A=3x^2-4x-1$, $B=-2x^2+x-6$ について, A-3B を計算せよ。
- (2) 不等式 $\frac{1}{3}(x-1) < \frac{1}{7}(3x+1)$ を解け。
- (3) |2|-|-7| の値を求めよ。
- (4) xy+2x+y+2 を因数分解せよ。
- (5) 次の に適するものを、下の(r)~(エ)の中から選び、記号で答えよ。 2 つの整数 m 、n に対して

 $\lceil m+n$ が偶数である」は $\lceil m, n$ がともに偶数である」ための \rceil 。

- (ア) 必要条件であるが、十分条件ではない
- (イ) 十分条件であるが、必要条件ではない
- (ウ) 必要十分条件である
- (エ) 必要条件でも十分条件でもない