



平成 24 年 11 月 9 日 実施

問題集

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

数 学 学 力 テ ス ト

(時間 50 分)

(無断転載を禁じます)

第	学年	組	番	氏名	
---	----	---	---	----	--

注 意 事 項

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はこの冊子にはさんであります。
3. 計算はあいているところを使い、答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。
4. 選択問題については、 $[\beta-1]$ 、 $[\beta-2]$ の2群のうち、学校で指定された1群を解答しなさい。

解答上の注意事項

- ・ 答えに根号が含まれるときは、根号の中は最も小さい自然数にしない。
- ・ 答えが分数になるとき、約分できる場合は約分しておきなさい。

S III β 学 力 テ ス ト

β 共通問題

次の問いに答えよ。

- (1) 曲線 $y=e^{2x}$ 上の点 $(1, e^2)$ における接線の方程式を求めよ。
- (2) 関数 $y=\frac{\log x}{x}$ の極大値を求めよ。
- (3) 定積分 $\int_0^2 xe^x dx$ を求めよ。
- (4) 次の条件によって定義される数列 $\{a_n\}$ の極限値を求めよ。

$$a_1=1, a_{n+1}=\frac{1}{2}a_n+3 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$
- (5) 極限値 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sin \frac{k\pi}{2n}$ を求めよ。
- (6) 定積分 $\int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx$ を求めよ。
- (7) 2つの行列 $A=\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ について、 $AX=B$ を満たす2次の正方行列 X を求めよ。
- (8) 行列 $A=\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ について、 A^{100} を求めよ。
- (9) 焦点の座標が $(5, 0), (-5, 0)$ で、長軸の長さが16である楕円の方程式を求めよ。
- (10) 頂点の1つが $(3, 0)$ で、漸近線の方程式が $y=\frac{1}{3}x, y=-\frac{1}{3}x$ となる双曲線の方程式を求めよ。

β 選択問題

$[\beta-1]$, $[\beta-2]$ の 2 群のうち、学校で指定された 1 群を解答すること。

$[\beta-1]$

- (1) 関数 $f(a) = \int_{-1}^2 (3ax^2 - 2x - a^3) dx$ について、次の問いに答えよ。
- (i) $f(a)$ を求めよ。
 - (ii) $f(a)$ の極値を求めよ。また、そのときの a の値を求めよ。(途中経過を書け)
- (2) 2 つのベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ について、 $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=1, |\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{7}$ とする。次の問いに答えよ。
- (i) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。
 - (ii) $\vec{a} + \vec{b}$ と $\vec{a} + t\vec{b}$ が垂直であるとき、実数 t の値を求めよ。(途中経過を書け)

$[\beta-2]$

- (1) 曲線 $C: y = \log 3x$ について、次の問いに答えよ。
- (i) 原点から曲線 C にひいた接線 l の方程式を求めよ。
 - (ii) 曲線 C , 接線 l および x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。(途中経過を書け)
- (2) 次の問いに答えよ。
- (i) 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos x dx$ を求めよ。
 - (ii) 等式 $f(x) = \sin x + 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) \cos t dt$ を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。(途中経過を書け)