



平成 25 年 4 月 11 日実施

神奈川県高等学校教科研究会数学部会編

数 学 学 力 テ ス ト

(時間 50 分)

(無断転載を禁じます)

第	学年	組	番	氏名	
---	----	---	---	----	--

注 意 事 項

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答用紙はこの冊子にはさんであります。
3. 計算はあいているところを使い、答えはすべて解答用紙の決められた欄に書き入れなさい。
4. 選択問題については、 $[\beta - 1]$ から $[\beta - 7]$ までの7群のうちから、学校で指定された2群を解答しなさい。

解 答 上 の 注 意 事 項

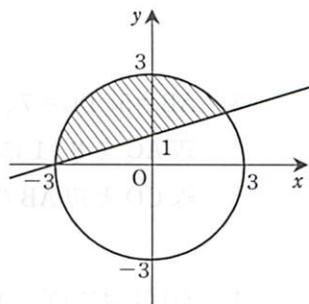
- 答えに根号が含まれるときは、根号の中は最も小さい自然数にしなさい。
- 答えが分数になるとき、約分できる場合は約分しておきなさい。
- 虚数単位は i を使用しなさい。

β 共通問題

次の問いに答えよ。

- (1) $\frac{x}{x-2} - \frac{4}{x^2-2x}$ を計算せよ。
- (2) $\cos \frac{7}{3}\pi$ の値を求めよ。
- (3) 多項式 $x^3 - x^2 - 2x + 1$ を $x+2$ で割ったときの余りを求めよ。
- (4) 定積分 $\int_{-1}^1 (x^2 - 2x - 3)dx + \int_1^3 (x^2 - 2x - 3)dx$ を求めよ。
- (5) 方程式 $2x^2 - 6x - 3 = 0$ の2つの解が α, β のとき、 $\alpha^3 + \beta^3$ の値を求めよ。
- (6) 関数 $y = 3\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ のグラフは、 $y = 3\sin 2x$ のグラフを x 軸方向に a だけ平行移動したものであり、周期は b である。このとき、定数 a, b の値を求めよ。
ただし、 $-\frac{\pi}{2} \leq a < \frac{\pi}{2}$ とする。
- (7) 連立方程式 $\begin{cases} 2^x + 2^y = 6 \\ 2^{x+y} = 8 \end{cases}$ を解け。

- (8) 右図のような円と直線で囲まれた斜線部分の領域を表す連立不等式を求めよ。
ただし、境界線を含むものとする。

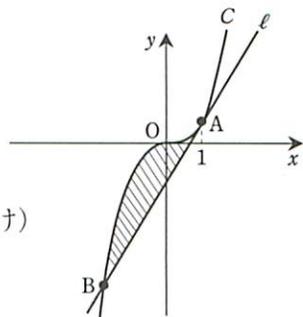


- (9) 関数 $y = \sin x + \cos x + 2\sin x \cos x + 1$ について、次の問いに答えよ。
 - (ア) $\sin x + \cos x = t$ とおいて、 y を t で表せ。
 - (イ) $0 \leq x < 2\pi$ のとき、関数 y のとりうる値の範囲を求めよ。(途中経過を書け)

- (10) 右図のように、曲線 $C: y = x^3$ と曲線 C 上の点 $A(1, 1)$ における接線 ℓ がある。

次の問いに答えよ。

- (ア) 接線 ℓ の方程式を求めよ。また、曲線 C と接線 ℓ の交点 B の x 座標を求めよ。(途中経過を書け)
- (イ) 曲線 C と接線 ℓ で囲まれた部分の面積を求めよ。



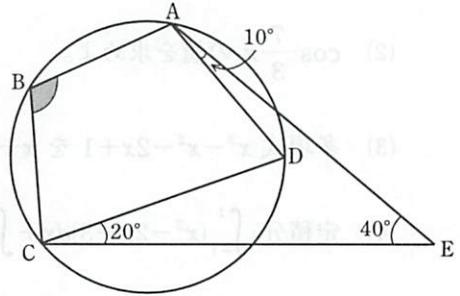
β 選択問題

[β-1] から [β-7] までの7群のうち、学校で指定された2群を解答すること。

[β-1] **平面図形**

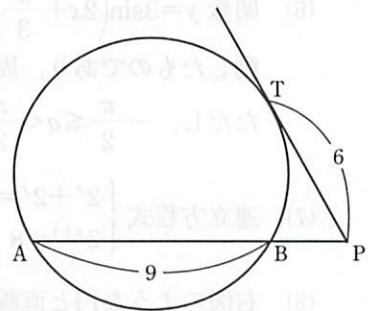
- (1) 右図のような、円に内接している四角形 ABCD と点 E がある。

$\angle AEC = 40^\circ$, $\angle EAD = 10^\circ$, $\angle ECD = 20^\circ$
 であるとき、 $\angle ABC$ の大きさを求めよ。



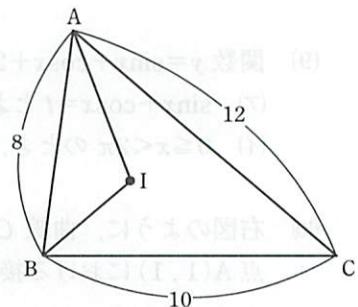
- (2) 右図において、点 P は円の弦 AB の延長と、点 T におけるこの円の接線との交点である。

AB=9, PT=6 のとき、線分 PB の長さを求めよ。



- (3) AB=5, BC=7, CA=6 である $\triangle ABC$ において、辺 BC を 4:3 に内分する点を P、辺 AC を 2:1 に内分する点を Q とし、線分 AP と線分 BQ の交点を O とする。直線 CO と辺 AB の交点を R とするとき、線分 AR の長さを求めよ。

- (4) 右図において、点 I は $\triangle ABC$ の内心である。
 AB=8, BC=10, CA=12 のとき、 $\triangle ABI$ と $\triangle ABC$ の面積比を最も簡単な整数比で表せ。



[β-2] 集合と論理

- (1) 全体集合を $U = \{x \mid x \text{ は } 10 \text{ 以下の自然数}\}$ とする。 U の部分集合 A, B において、
 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A \cap \overline{B} = \{2, 4\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$ のとき、集合 B
 を要素を書き並べる方法で表せ。
- (2) 1 から 30 までの自然数の集合を全体集合 U とする。 U の部分集合を
 $A = \{x \mid x \text{ は } 3 \text{ の倍数}\}$, $B = \{x \mid x \text{ は 奇数}\}$ とするとき、集合 $\overline{A \cup B}$ の要素の個数
 $n(\overline{A \cup B})$ を求めよ。
- (3) 次の に適するものを、下の(ア)~(エ)の中から選び記号で答えよ。
 2つの整数 a, b について
 「積 ab が偶数であることは、 a または b が偶数であるための 。」
- (ア) 必要条件であるが、十分条件ではない
 (イ) 十分条件であるが、必要条件ではない
 (ウ) 必要十分条件である
 (エ) 必要条件でも十分条件でもない
- (4) x, y が実数のとき、次の命題の対偶を述べよ。また、その対偶の真偽を答えよ。
 「 $x \leq 1$ または $y \leq 1$ ならば $x + y \leq 2$ である。」

[β-3] 場合の数と確率

- (1) 男子 3 人、女子 2 人が 1 列に並ぶとき、男子と女子が交互に並ぶような並び方は何通りあるか。
- (2) 1 から 6 までの 6 枚の番号札から 1 枚引き、番号を確認してからもとに戻す試行を 4 回繰り返す。
 出た数を順に a, b, c, d とするとき、 $a > b > c > d$ となるのは、何通りあるか。
- (3) A, B, C の 3 人がじゃんけんを 1 回行うとき、 A だけが負ける確率を求めよ。
- (4) 赤球 5 個と、白球 3 個が合わせて 8 個ある。このうち 3 個を無作為に選んで 1 列に並べる。並べた 3 個のうち、少なくとも 1 個は白球であったとき、両端が赤球である確率を求めよ。

[β-4] 数 列

(1) 次の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, -1, \dots$$

(2) 第2項が14, 第5項が112である等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

ただし, 公比は実数とする。

(3) 初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n=3n^2+4n$ で与えられる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(4) 次の条件によって定まる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_1=2, a_{n+1}=a_n+n+2 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

[β-5] ベ ク ト ル

(1) $|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=4, \vec{a} \cdot \vec{b}=-2$ のとき, $|\vec{a}+2\vec{b}|$ を求めよ。

(2) 2つのベクトル $\vec{a}=(x, -4), \vec{b}=(x-5, 6)$ が垂直になるとき, 定数 x の値を求めよ。

(3) 2点 $A(2, -1, 3), B(4, 5, -7)$ を直径の両端とする球面の方程式を求めよ。

(4) $\vec{a}=(0, 1, 2), \vec{b}=(1, 0, 2)$ の両方に垂直な単位ベクトルを求めよ。

[β-6] 数 学 Ⅱ ①

(1) $\log_3 54 + \log_3 6 - 2\log_3 2$ を計算せよ。

(2) 方程式 $x^3 - 5x^2 + 9x - 5 = 0$ を解け。

(3) 点 $(2, 1)$ から放物線 $y=x^2+6$ に引いた接線の方程式を求めよ。

(4) $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi, \sin \alpha = \frac{4}{5}$ のとき, $\sin \frac{\alpha}{2}$ の値を求めよ。

(1) 方程式 $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-1} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ を解け。

(2) 点 $(-1, 2)$ を通り, x 軸と y 軸の両方に接する円の方程式を求めよ。

(3) 等式 $f(x) = x + \frac{2}{3} \int_0^1 f(t) dt$ を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。

(4) 2 次関数 $f(x)$ が次の等式を満たすとき, $f(x)$ を求めよ。

$$f(x) + (x+2)f'(x) = 9x^2 + 8x - 3$$